ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JANVIER 1933.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES RICHET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Domaines plans à connexion multiple. Choix de coordonnées de référence. Coordonnées électrostatiques.* Note de M. **MARCEL BRILLOUIN**.

1. Je me propose dans cette Note d'indiquer, pour les domaines à connexion multiple, un choix de coordonnées curvilignes qui fournit un utile rapprochement avec les domaines simplement annulaires, et permet d'étendre aux domaines à connexion multiple la plupart des propriétés et des méthodes de calcul propres à ces domaines annulaires.

Ce qui permet une expression simple de la solution d'une équation aux dérivées partielles quelconque pour un domaine annulaire, c'est l'existence d'une coordonnée — le plus souvent, l'angle azimutal α — dont la variation de zéro à 2π fournit tous les points de la frontière extérieure une fois et une seule, et de même pour la frontière intérieure, avec correspondance biunivoque de chaque point de l'une à un point de l'autre.

Si la forme de chacune des frontières n'est pas très ondulée ou dentelée, on trouve aisément un point origine convenable dans l'îlot central; l'angle azimutal est alors la coordonnée utile. Si l'une des frontières est très ondulée, par exemple en croissant, il faudra choisir des coordonnées moins simples, à deux ou trois pôles intérieurs à l'îlot central, par exemple, ou telles autres que fournira facilement l'arsenal des fonctions complexes $v + ui$; la partie réelle v fournissant les lignes de niveau qui s'enveloppent les unes les autres et ont une allure analogue aux contours donnés, le

coefficient u de $\sqrt{-1}$ donne les trajectoires orthogonales qui établissent la correspondance biunivoque entre les points des deux frontières, et décrivent chacune d'elles sans rupture ni duplicature en variant de 0 à 2π (par exemple).

Il s'agit de définir tous les contours de tous les îlots de manière à conserver une propriété de ce genre.

2. *Coordonnées électrostatiques*. — Je me suis heureusement aperçu que rien n'est plus simple. Il suffit de se rappeler quelques propriétés du potentiel dont l'énoncé est le plus clair en langage électrostatique.

Le maximum absolu du potentiel se trouve en un point de la frontière. Il en est de même du minimum.

Si donc j'adopte *zéro* pour potentiel de la frontière extérieure et d'un certain nombre d'îlots, et V_1 pour potentiel de tous les autres îlots, le potentiel dans tout le domaine sera compris entre zéro et V_1.

Toutes les lignes de force iront, sans aucun croisement, de la frontière V_1 *à la frontière zéro. Aucune ligne de* force non nulle *ne peut aller d'un point d'un des îlots* V_1 *à un autre point au même potentiel* V_1, *ni d'un point au potentiel zéro à un autre point au même potentiel zéro. Les lignes de force établissent une correspondance biunivoque entre chaque point de la frontière au potentiel* V_1 *— quel que soit le nombre d'îlots qui constituent cette frontière — et chaque point de la frontière zéro — quel que soit le nombre d'îlots qui la forment, avec le contour extérieur.*

Soient M *la charge totale de l'ensemble des îlots au potentiel* V_1, *et* — M *la charge totale des îlots et du contour au potentiel zéro; le flux de force total est* 2πM, *et les extrémités des lignes de force décrivent une fois et une seule chacune des deux frontières, quand on fait varier le flux de force de* zéro *à* 2πM.

C'est à de telles coordonnées de référence que j'ai donné, dans une conférence à l'Institut Poincaré (29 novembre 1932), le nom de *coordonnées électrostatiques*.

3. *Parcours des frontières*. — Partons d'un point arbitraire de la frontière V_1, et suivons-la dans le sens des flux croissants u. Nous décrirons d'abord une partie du contour de l'îlot A, et nous atteindrons bientôt un point où la force est nulle, point de départ d'une ligne de force constamment nulle qui se termine en un point d'un îlot voisin B ; le flux u continuant à croître, on décrira une partie de B jusqu'à une nouvelle région de force nulle, où se fera le passage à un autre C des îlots de potentiel V_1. Continuant, on finira par revenir décrire (en une ou en plusieurs fois) les arcs complémentaires des îlots A, B, toujours en arrivant par une région de force nulle, et en changeant d'îlot en un autre point de force nulle, jusqu'à ce

qu'on revienne sur A au point de départ avec la valeur $u = 2\pi M$ du flux.

Suivons maintenant jusqu'au potentiel zéro la ligne origine des flux; nous décrirons de la même manière tous les îlots et le contour du potentiel zéro, en passant une fois et une seule par chaque point; le passage d'un îlot à un autre ou au contour extérieur se fera toujours dans une région de force nulle des deux contours.

Il n'y a d'ailleurs aucune correspondance entre les régions de force nulle sur les îlots V et celles sur les îlots zéro.

Les lignes de niveau v, même les plus voisines des extrêmes (V_1 et zéro), sont des lignes très sinueuses qui suivent les contours des îlots de près, sauf en face des arcs de force presque nulle. Chacune de ces lignes de niveau se trace d'un trait continu, *car aucune d'elles ne peut couper les lignes de force constamment nulle;* en sorte que le domaine entre la ligne de niveau $V_1 - \varepsilon_1$ et la ligne de niveau $+\varepsilon_0$ est exactement un domaine annulaire, de même connexion que l'anneau compris entre deux circonférences.

Le potentiel v jouera dans toutes les formules le même rôle que r pour l'anneau circulaire, et le flux u le même rôle que α, avec la seule différence que le flux total est $2\pi M$ au lieu de 2π, en appelant M la charge totale des îlots positifs.

4. *Choix des coordonnées électrostatiques pour une distribution donnée d'îlots à l'intérieur d'un contour donné.* — Il s'agit maintenant de choisir judicieusement le système de coordonnées électrostatiques pour chaque distribution des îlots. Je puis choisir arbitrairement les îlots positifs et les îlots négatifs; c'est ce qu'on fera facilement pour peu qu'on se soit exercé à tracer *à vue* quelques réseaux de lignes de force et de lignes de niveau. Le plus souvent, il conviendra de prendre un *groupe central positif* et un *groupe périphérique négatif ainsi que le contour.*

Vers le milieu de chaque îlot positif P_k, je prends un point polaire A_k de charge m_k; au milieu de chaque îlot négatif N_h un point polaire B_h de charge $-m_h$; il restera une charge négative, qu'il sera le plus souvent avantageux de répartir sur un ou plusieurs points extérieurs à la frontière, généralement éloignés; comprenons-la dans les charges désignées par les m_h,

$$\Sigma m_k = \Sigma m_h.$$

Je prends alors

$$v + iu = -\Sigma m_k \log(r_k : c_k) + \Sigma m_h \log(r_h : c_h) + i(\Sigma m_k \alpha_k - \Sigma m_h \alpha_h).$$

r_k, α_k sont les coordonnées polaires d'un point M du domaine, rapportées au pôle A_k, etc.

Choix des constantes c, m. — Comme je cherche seulement un système commode de coordonnées de référence, le choix des constantes est largement arbitraire.

Les indications suivantes, qui seront justifiées ailleurs, seront souvent utiles :

Ilots positifs. — On choisira *à vue* le rayon c_k, de manière que la circonférence de centre A_k traverse les régions où l'on veut que le potentiel total soit nul. Si la surface de l'îlot P_k équivaut à un cercle de rayon $\rho_k (\rho_k < c_k)$, on prendra m_k égal à $V_1 : (\log \rho_k - \log c_k)$.

Ilots négatifs. — Je prends pour c_h le rayon du cercle équivalent à l'aire de l'îlot, et pour $\rho_h (\rho_h > c_h)$ le rayon d'une circonférence de centre B_h, passant à travers les régions occupées par les îlots positifs V_1.

Enfin les pôles extérieurs, leurs charges et les rayons c seront choisis, après quelques essais graphiques, de manière à compenser ce qu'il peut y avoir d'un peu *boiteux* dans la distribution des îlots internes; on s'aidera pour cela de la distribution bicirculaire bien connue.

On formera ainsi après quelques tâtonnements le système de coordonnées de référence doué des propriétés énoncées au début de cette Note, et tel que les contours de potentiel V_1 soient très proches des contours donnés des îlots centraux, et les contours de potentiel *zéro* très proches du contour extérieur donné et des contours donnés des îlots périphériques.

Je montrerai dans une prochaine Note comment ces coordonnées électrostatiques se prêtent à la construction de séries donnant les intégrales d'équations linéaires quelconques aux dérivées partielles du second ordre, avec conditions aux contours données dans des domaines plans de connexion quelconque.

M. Émile Borel s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie de deux nouveaux fascicules du *Traité du Calcul des probabilités et de ses applications*, dont j'ai entrepris la publication depuis quelques années, avec le concours de plusieurs collaborateurs français et étrangers. Les fascicules qui viennent de paraître sont le fascicule III du Tome III : *Applications de la statistique à la démographie et à la biologie*, par R. Risser, et le fascicule IV du Tome I : *Les Principes de la Statistique mathématique*, par R. Risser et P.-E. Traynard.

Le nombre des fascicules parus se trouve ainsi porté à 11 sur 16 qui avaient été prévus. J'ai l'espoir d'arriver d'ici peu d'années à terminer cet

Ouvrage dans lequel, pour la première fois, se trouveront rassemblés les résultats essentiels obtenus dans l'étude du Calcul des probabilités et de ses applications aux diverses sciences. L'étendue et l'importance de ces applications s'accroît tous les jours; j'espère que notre Ouvrage contribuera à étendre encore le domaine d'une discipline scientifique à laquelle la science française a eu une très large part et à laquelle se rattachent les noms de Pascal, d'Alembert, Buffon, Laplace, Cournot, Joseph Bertrand et Henri Poincaré.

ÉLECTIONS

M. **Maurice Leriche** est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie par 37 suffrages contre 2 à M. *Pierre Pruvost* et 1 à M. *Jacques de Lapparent*, en remplacement de M. *Albert Durand de Grossouvre*, décédé.

CORRESPONDANCE.

Le **Comité organisateur** annonce que le Cinquième *Pacific Science Congress* aura lieu à Vancouver en juin 1933.

M. **James Basset** adresse un Rapport sur les travaux effectués à l'aide de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1931.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Marcel Laporte. *Les phénomènes élémentaires de la décharge électrique dans les gaz* (*gaz rares*).

Eugène Simon. *Les Arachnides de France*. Œuvre posthume publiée par L. Berland et L. Fage. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les zéros des matrices stochastiques.* Note de M. **Émile Ostenc**, présentée par M. Émile Borel.

M. Romanovsky a fourni souvent des contributions intéressantes au calcul des probabilités. Il paraît donc utile de rectifier certaines propositions qu'il a publiées récemment ([1]) et que l'autorité qui s'attache à ses résultats pourrait porter à admettre sans un examen approfondi.

Rappelons que l'étude des événements liés en chaîne simple discontinue de Markoff conduit à rechercher dans quel cas l'équation

$$\Phi(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} 1-\lambda\varphi_{11} & -\lambda\varphi_{12} & \dots & -\lambda\varphi_{1m} \\ -\lambda\varphi_{21} & 1-\lambda\varphi_{22} & \dots & -\lambda\varphi_{2m} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ -\lambda\varphi_{m1} & -\lambda\varphi_{m2} & \dots & 1-\lambda\varphi_{mm} \end{vmatrix} = 0$$

admet l'unité comme racine multiple (cas A), ou bien la racine $\lambda = -1$ (cas B), ou bien des racines de la forme

$$\lambda_l = \cos\frac{2l\pi}{r} + i\sin\frac{2l\pi}{r} \qquad \text{avec } r \geqq 3 \qquad (\text{cas C}),$$

les φ_{gh} satisfaisant aux deux conditions

$$\varphi_{gh} \geqq 0,$$
$$\sum_{h=1}^{m} \varphi_{gh} = 1 \qquad (g = 1, 2, \dots, m).$$

Dans la Note mentionnée ci-dessus, M. Romanovsky a donné (théorèmes IV, V et VI) des critères relatifs à chacun de ces trois cas. Or il est facile de trouver des exemples simples où ces critères sont en défaut. Ainsi :

Cas A. — Quand le tableau des φ_{gh} est

$$(\text{I}) \qquad \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{Vmatrix},$$

([1]) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 266-269.

$\Phi(\lambda) \equiv (1-\lambda)^2(1-\lambda/3)$ admet l'unité comme racine double. Or le tableau (I) possède une ligne — la troisième — dont aucun élément n'est nul. Il n'est donc pas de la forme indiquée par M. Romanovsky dans le théorème IV, qui se trouve infirmé.

Cas B. — De même le théorème V est en défaut pour le tableau

$$\text{(II)} \qquad \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{Vmatrix},$$

auquel correspond l'équation

$$\Phi(\lambda) \equiv \left(1 - \frac{\lambda}{3}\right)(1-\lambda^2),$$

qui admet la racine -1.

Cas C. — Enfin le tableau

$$\text{(III)} \qquad \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{Vmatrix},$$

n'est pas une « matrice cycliquement homéomorphique et de l'indice 3 », car, pour qu'il en fût ainsi, il serait nécessaire que sa diagonale principale ne contînt que des zéros. Et pourtant l'équation correspondante

$$\Phi(\lambda) \equiv \left(1 - \frac{\lambda}{4}\right)(1-\lambda^3),$$

admet comme zéros les racines cubiques de l'unité, ce qui infirme le théorème VI.

De plus, M. Romanovsky affirme que « Φ n'a comme zéros de module $= 1$ que $\lambda_0 = 1$ si parmi ses membres φ_{hh} de la diagonale principale, il y en a qui diffèrent de zéro ». Or les exemples (II) et (III) montrent que cette conclusion est erronée.

Il est d'ailleurs facile, en reprenant la méthode indiquée par M. Romanovsky dans la Note précédemment citée et en modifiant convenablement ces critères, de leur donner une forme exacte.

TOPOLOGIE. — *Sur la topologie de certaines variétés algébriques.* Note de M. C. EHRESMANN, présentée par M. Élie Cartan.

La méthode que nous résumons dans cette Note revient surtout à appliquer le lemme suivant :

LEMME. — *Étant donné un complexe* K *et dans* K *un sous-complexe* L, *si* K — L *est homéomorphe à une cellule ouverte, toute chaîne sur* K, *de dimension inférieure à celle de* K, *peut être déformée d'une façon continue en une chaîne sur* L. *Pendant cette déformation, les points situés sur* L *peuvent être maintenus fixes.*

Dans les applications K et L sont des subdivisions de variétés algébriques.

Variété des droites d'un espace projectif complexe. — $[p]$ désigne un espace à p dimensions contenu dans l'espace projectif complexe $[n]$. $[p, q]$, où $0 \leq p < q \leq n$ est le symbole de Schubert pour la variété des droites situées dans un $[q]$ et rencontrant un $[p]$, l'espace $[p]$ étant contenu tout entier dans $[q]$. La variété de toutes les droites de $[n]$, de symbole $[n-1, n]$, est une variété à $2n-2$ dimensions complexes représentée par une variété algébrique sans singularités dans un espace projectif à $[n(n+1)]-1$ dimensions. $[p, q]$ est représenté par une variété algébrique à $p+q-1$ dimensions complexes. Supposons donnée dans $[n]$ une suite d'espaces, avec un espace pour chaque dimension :

$$(1) \qquad [0] \subset [1] \subset [2] \subset \ldots \subset [p] \subset \ldots \subset [n-1] \subset [n],$$

et considérons toutes les variétés $[p, q]$ définies pour ces espaces. Il existe [1] une subdivision de $[n-1, n]$ formant un complexe régulier orientable K et telle que les variétés $[p, q]$ soient recouvertes par des sous-complexes de K. A chaque variété $[p, q]$ correspond alors un cycle orienté que nous désignons encore par $[p, q]$.

Si l'on enlève de $[p, q]$ les deux variétés $[p-1, q]$ et $[p, q-1]$, on en fait une cellule ouverte. En effet, une droite de $[p, q]-[p-1, q]-[p, q-1]$ est définie par un point M de $[p]-[p-1]$ et un point M′ de

$$[q-1]'-[q-2]',$$

---

[1] Voir B. L. VAN DER WAERDEN, *Top. Begründung der Kalküls der abzählender Geometrie* (*Math. Ann.*, **102**, 1929, p. 360), et S. LEFSCHETZ, *Topology*, Chap. VIII.

où $[q-1]'$ est un espace à $q-1$ dimensions contenu dans q et contenant $[p-1]$, tandis que $[q-2]'$ est l'intersection de $[q-1]'$ avec $[q-1]$. La variété des droites MM' est le produit des deux cellules ouvertes

$$[p]-[p-1] \quad \text{et} \quad [q-1]'-[q-2]'.$$

C'est donc une cellule ouverte dont la frontière est formée par $[p-1, q]$ et $[p, q-1]$. La frontière se réduit à une seule variété si $p=0$ ou $p=q-1$. Ainsi $[0, q]-[0, q-1]$ et $[q-1, q]-[q-2, q]$ sont des cellules ouvertes.

En appliquant le lemme énoncé, on démontre par récurrence le théorème :

Théorème. — *Sur la variété $[n-1, n]$, tout cycle Γ_r peut être déformé d'une façon continue en une combinaison linéaire de cycles $[p, q]$ de dimension $\leq r$.*

Les cycles algébriques $[p, q]$ étant de dimension paire, tout cycle Γ_r de dimension impaire sera homologue à 0. Tout cycle Γ_r de dimension paire sera homologue à une combinaison linéaire des cycles $[p, q]$ de dimension r. Les cycles $[p, q]$ de dimension r sont linéairement indépendants, car la matrice des nombres d'intersection de ces cycles $[p, q]$ avec les cycles $[n-q, n-p]$, de dimension complémentaire, est égale à la matrice unité. Donc :

Théorème. — *Les cycles $[p, q]$ de dimension r forment une base d'homologie pour la dimension r. Il n'y a pas de coefficients de torsion. Les nombres de Betti pour les dimensions impaires sont nuls.*

Variété des $[k]$ d'un espace projectif complexe $[n]$. — Nous considérons toutes les variétés fondamentales de Schubert [1] de symboles $[a_0, a_1, \ldots, a_k]$, les espaces $[a_i]$ étant pris parmi ceux de la suite (1). On peut généraliser pour ces variétés les raisonnements précédents, et l'on obtient ainsi le théorème :

Théorème. — *Les cycles $[a_0, a_1, \ldots, a_k]$ de dimension r forment une base d'homologie pour la dimension r. Il n'y a pas de coefficients de torsion. Les nombres de Betti pour les dimensions impaires sont nuls.*

Variétés réelles. — Sur la variété des droites réelles ou des $[h]$ réels d'un espace projectif $[n]$, toute chaîne C_r peut encore être déformée en une chaîne contenue dans un certain nombre de variétés fondamentales de dimensions $\leq r$. Toutes ces variétés fondamentales $[\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_h]$, où les

---

(1) Voir C. Segré, *Mehrdimensionale Räume* (*Encykl. Math. Wiss.*, III$_2$, 7, p. 794).

éléments considérés sont réels, ne définissent plus des cycles orientés, mais des cycles (mod 2). Les cycles (mod 2) correspondant aux $[\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_h]$ de dimensions r sont encore indépendants (mod 2) et forment une base d'homologie (mod 2).

Pour l'étude des cycles orientés, limitons-nous aux variétés de droites. On peut démontrer que la variété $[p, q]$ est orientable si p et q sont pairs, sinon elle est non orientable. Il y a exception pour $[q-1, q]$ qui est orientable si q est impair et non orientable si q est pair. Ces renseignements suffisent pour déterminer les nombres de Betti et les coefficients de torsion de la variété réelle $[n-1, n]$. On trouve un certain nombre de coefficients de torsion tous égaux à 2, et les seuls nombres de Betti différents de 0 correspondent aux dimensions $4m$ et sont égaux à 1.

La variété des droites réelles $[n-1, n]$ est toujours doublement connexe; sa variété de recouvrement simplement connexe est la variété des droites orientées qui est homéomorphe à la variété des points complexes d'une quadrique à $n-1$ dimensions complexes. La méthode indiquée ici s'applique à l'étude d'une telle quadrique. Elle s'applique encore à d'autres variétés, par exemple à la variété des espaces $[h]$ situés sur une quadrique ou à la variété des éléments linéaires d'un espace projectif.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la relation entre une suite donnée et une autre suite dérivée avec le même intervalle d'oscillation*. Note de M. **C. E. Winn**, présentée par M. Hadamard.

1. Dans une Note précédente [1] j'ai donné les conditions nécessaires et suffisantes pour que les oscillations d'une suite s_n soient identiques à celle de la suite

$$t_n = \sum_{\nu=0}^{n} a_{n\nu} s_\nu,$$

lorsque $a_{n\nu} \geqq 0$. Ces conditions sont :

$$(1) \qquad \lim_{n \to \infty} a_{n\nu} = 0 \qquad (\nu \text{ fixe}),$$

$$(2) \qquad \lim_{n \to \infty} \sum_{\nu=0}^{n} a_{n\nu} = 1,$$

$$(3) \qquad \lim_{\nu \to \infty} a_{n(\nu)\nu} = 1,$$

où $n(\nu)$ est une suite d'entiers avec $n(\nu) \geqq \nu$.

[1] *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 2114.

Après avoir consulté M. Hurwitz, j'ai trouvé que, pour le cas où $a_{n\nu}$ est *réel*, on a les mêmes conditions, tant nécessaires que suffisantes, si l'on y adjoint

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{\nu=0}^{n} |a_{n\nu}| = 1. \tag{4}$$

En effet, la nouvelle condition, combinée avec (1) et (2), nous assure (W. A. Hurwitz, *Transactions of the American Mathematical Society*, 1929, p. 612-614) que l'intervalle d'oscillation de t_n est intérieur à celui de s_n.

2. Notons d'abord que la relation (2) *étant donnée d'avance*, (4) est équivalente à

$$\lim_{n \succ \infty} \sum_{\nu=0}^{n} \alpha_{n\nu} = 1, \tag{5}$$

où $\alpha_{n\nu} = 1/2\,(|a_{n\nu}| + |a_{n\nu}|)$. Quant à la suffisance des conditions ci-dessus, on peut conclure, comme dans notre Note précédente, qu'en raison de (4),

$$\lim_{\nu \succ \infty} (t_{n\nu} - s_\nu) = 0,$$

ce qui entraîne $\overline{\lim}\, t_n \geqq \overline{\lim}\, s_n$ et $\underline{\lim}\, t_n \leqq \underline{\lim}\, s_n$.

D'autre part, il est facile de voir que l'intervalle d'oscillation de la suite

$$\sigma_n = \sum_{\nu=0}^{n} \alpha_{n\nu} s_\nu$$

est intérieur à celui de s_n, tandis que la suite

$$\tau_n = \sum_{\nu=0}^{n} \frac{1}{2} (|a_{n\nu}| - a_{n\nu}) s_\nu$$

converge vers zéro. Il s'ensuit donc que l'intervalle d'oscillation de

$$t_n = \sigma_n - \tau_n$$

est intérieur à celui de s_n. La suffisance est ainsi démontrée.

3. La nécessité des deux premières conditions a été traitée auparavant. Lorsqu'elles sont vérifiées, la contradiction de (4) implique celle de (5). Et dans ce cas, il doit exister une quantité positive η et une suite $\{n_i\}$, telle que

$$\sum_{\nu=0}^{n_i} \alpha_{n_i\nu} > 1 + \eta \qquad (i = 1, 2, \ldots). \tag{6}$$

On pourrait supposer d'ailleurs que les n_i sont distribuées de sorte que,

quand $0 \leqq \nu \leqq n_i$,

$$|a_{n_{i+1}\nu}| < \frac{\eta}{3(n_i+1)}. \tag{7}$$

Considérons alors la suite : $s_\nu = 0$ pour $0 \leqq \nu < n_1$, et $s_\nu = 1$ ou -1, selon que $a_{n_i\nu} \geqq 0$ ou < 0 pour $n_i < \nu \leqq n_{i+1}$ et $i \geqq 1$. En employant (7) et (6), on a

$$\begin{aligned} t_{n_{i+1}} &= \sum_{\nu=0}^{n_i} a_{n_{i+1}\nu} s_\nu + \sum_{\nu=n_i+1}^{n_{i+1}} a_{n_{i+1}\nu} s_\nu \\ &\geqq -\sum_{\nu=0}^{n_i} |a_{n_{i+1}\nu}| + \sum_{\nu=n_i+1}^{n_{i+1}} \alpha_{n_{i+1}\nu} \\ &\geqq -\frac{1}{3}\eta + \sum_{\nu=0}^{n_{i+1}} \alpha_{n_i\nu} - \sum_{\nu=0}^{n_i} \alpha_{n_i\nu} \\ &\geqq -\frac{1}{3}\eta + 1 + \eta - \frac{1}{3}\eta = 1 + \frac{1}{3}\eta, \end{aligned}$$

d'où $\overline{\lim}\, t_n > 1 = \overline{\lim}\, s_n$.

La nécessité de la condition (3), laquelle est équivalente à

$$\lim_{\nu \to \infty} \alpha_{n(\nu)\nu} = 1,$$

s'établit textuellement comme dans la Note suscitée, en raisonnant sur $\alpha_{n\nu}$ au lieu de a_n, et en notant que les limites de t_n et de σ_n sont identiques.

Il convient de remarquer, pour finir, que les conditions établies sont susceptibles de modification dans le cas où l'on admet pour ν les valeurs de zéro à l'infini au lieu d'aller jusqu'à n seulement. Les sommations dans (2) et (4) doivent être naturellement étendues jusqu'à l'infini, tandis que $n(\nu)$, n'étant plus nécessairement $\geqq \nu$, doit tout de même tendre vers l'infini avec ν.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur quelques théorèmes topologiques de la théorie des fonctions.* Note de M. S. **Stoilow**, présentée par M. Hadamard.

1. Considérons une surface bilatère [1] quelconque (s) (par exemple une surface de Riemann) et sur (s) un domaine (d) fermé. Le *genre* de (d) est le nombre maximum de courbes fermées simples que l'on peut tracer

[1] Pour la définition de cette notion, voir la *Note* de M. J. Hadamard (p. 449) dans le Tome II de l'*Introduction à la théorie des fonctions* de J. Tannery.

sur (d), sans points communs, et telles que leur ensemble ne décompose pas (d) en domaines distincts. Nous supposerons que le genre p de (d) est fini.

Considérons, d'autre part, une transformation intérieure (¹) (I), définie sur (s) et représentant (s) sur une sphère (²) (S). J'ai montré (*Annales de l'Institut H. Poincaré*, 2, p. 251) que l'inversion locale d'une telle transformation se fait, topologiquement, comme celle d'une fonction holomorphe d'une variable complexe. Les points de ramification de (I) [analogues des zéros de la dérivée] sont donc isolés dans (d) et possèdent chacun un *ordre* (fini).

Supposons que (I) satisfasse aux conditions suivantes :

1° Il n'y a pas de point de ramification sur la frontière de (d).

2° L'image de cette frontière, sur (S), est formée d'un nombre fini de courbes simples fermées : (Γ_1), (Γ_2), ..., (Γ_h), n'ayant entre elles aucun point commun.

Ces courbes déterminent alors, sur (S), $h+1$ régions (domaines ouverts) : (R_1), (R_2), ..., (R_{h+1}). Dans chaque (R_i) la transformation possède un *degré*, soit n_i; c'est-à-dire qu'à tout point de (R_i) correspondent n_i points dans (d), distincts ou confondus.

Les propriétés des transformations intérieures (Mémoire cité) montrent aussi que les hypothèses faites sur (I) impliquent que la frontière de (d) est formée d'un nombre fini de courbes fermées simples. Le domaine fermé (d) est donc une « surface à bords ». Soit μ le nombre de ces bords (contours). L'*ordre de connexion* de (d) (nombre de Betti) est donc $c = 2p + \mu$. Je dis que :

Si ϖ est le nombre des points de ramification de (I) *intérieures à* (d), *on a*

$$\varpi = c - 2 + \sum_{i=1}^{h+1} n_i(2 - \nu_i), \tag{1}$$

ν_i étant le nombre des courbes (Γ) *qui forment la frontière de* (R_i).

2. Cette relation n'est qu'une extension de la formule de Hurwitz, qui est elle-même une conséquence directe (³) du *théorème d'Euler sur les*

(¹) Transformations univoques, continues et laissant invariants les ensembles ouverts et les continus (formés de plus d'un point).

(²) On pourrait sans difficulté remplacer ici (S) par une surface bilatère quelconque. Nous considérons une sphère parce que nous avons surtout en vue des théorèmes de la théorie des fonctions.

(³) KERÉKJARTÓ, *Vorlesungen über Topologie*, 1, p. 149.

polyèdres. Pour établir (1), on décomposera (d) en domaines partiels (d_{ij}) tels que l'image de chaque (d_{ij}) soit (R_i) et que les frontières de ces domaines et de leurs images se correspondent par (I). Cela est toujours possible. A chaque (d_{ij}) on peut alors appliquer la formule de Hurwitz.

Soient (d_1) et (d_2) deux domaines (d_{ij}) voisins, de genre p_1 et p_2 respectivement. On montre facilement que le genre du domaine $(d_1)+(d_2)$ est alors p_1+p_2+q-1, où q désigne le nombre de contours communs (qui disparaissent dans le domaine somme). On aperçoit, dès lors, la modification qu'il faut faire subir à la formule de Hurwitz pour l'appliquer à $(d_1)+(d_2)$; d'où, de proche en proche, la relation (1).

3. Pour $\mu=0$ [(d) surface close], on obtient la formule bien connue de Riemann relative aux fonctions algébriques, conséquence de celle de Hurwitz [1]. Mais certains théorèmes de la théorie des fonctions sont des conséquences directes de (1). Ainsi en faisant, dans cette relation, $p=0$ et $h=1$, on obtient une extension topologique du théorème de M. Ålander [2] que j'ai donnée dans une Note antérieure [3].

On peut tirer d'autres conséquences de (1). Soit $Z=f(z)$ une fonction méromorphe dans (d), domaine fermé sphérique limité par μ courbes de Jordan, et supposons que l'image (D) de (d) soit limitée par ν contours : si les frontières de (d) et de (D) se transforment l'une dans l'autre [par $Z=f(z)$ et son inverse], il ne peut y avoir, à l'intérieur de (D), plus de $\mu-2\nu+2$ points n'ayant chacun, dans (d), qu'un seul correspondant; *à moins ue $f(z)$ ne soit univalente dans* (d) (ce qui exige évidemment $\nu=\mu$).

On voit en particulier que si $\nu=\mu$, la présence *d'une seule* valeur dans (D), prise dans des points tous confondus en un seul, suffit pour conclure à l'univalence de la fonction si l'ordre de connexion est supérieur à 1. Dans le cas de la connexion simple, il suffit de la présence de *deux* de ces valeurs.

On peut remplacer dans l'énoncé ci-dessus « fonction méromorphe » par « transformation intérieure » et l'on obtient ainsi une sorte de réciproque généralisée du théorème de Schœnflies [4], du type de la proposition que M. Hadamard a donnée en 1906 au *Bulletin de la Société mathématique de France*.

---

(1) *Loc. cit.*

(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1411.

(3) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 251.

(4) Cf. Stoïlow, *Fundamenta Mathematicae*, 3, 1929, p. 187.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles du troisième ordre à une fonction inconnue de n variables indépendantes*. Note de M. **A. Tsortsis**, présentée par M. Élie Cartan.

1. MM. Cartan [1] et Vessiot [2] ont étudié une catégorie générale d'équations aux dérivées partielles du second ordre à plusieurs variables indépendantes. Ces équations se rapprochent de celles, déjà classiques, de M. Goursat. Je me propose d'indiquer les résultats auxquels je suis parvenu, par la méthode des faisceaux de transformations infinitésimales [3], pour une équation du troisième ordre à une fonction inconnue de n variables indépendantes à caractéristiques triples, dans le cas où le sous-faisceau caractéristique peut admettre le nombre maximum d'invariants.

2. Soit une équation de la forme

$$(1)\quad \begin{cases} \Phi = p_{111} + \Phi_1(x, x_1, x_2, \ldots, x_n; p_1, \ldots, p_n; p_{11}, \ldots, p_{nn}; p_{112}, \ldots, p_{nnn}) = 0; \\ p_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \dfrac{\partial^r x}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \ldots \partial x_{i_r}}. \end{cases}$$

Introduisons le faisceau F de base

$$X_i f = \frac{\partial f}{\partial x_i} + p_i \frac{\partial f}{\partial x} + p_{i\alpha} \frac{\partial f}{\partial p_\alpha} + p_{i[\alpha,\beta]} \frac{\partial f}{\partial p_{[\alpha,\beta]}}; \qquad P_{ikh} f = \frac{\partial f}{\partial p_{ikh}}$$
$$(i, k, h, \alpha, \beta = 1, 2, \ldots, n),$$

$\alpha, \beta, \ldots$ étant des indices de sommation et $[\alpha, \beta, \ldots, \lambda]$ désignant que la sommation est étendue à toutes les combinaisons avec répétition des indices $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$. L'intégration de (1) équivaut à celle du sous-faisceau F_0 de F, de degré $N - 1$ [$N = n + n(n+1)(n+2)/1.2.3$], qui laisse Φ invariant.

3. Les équations non linéaires du troisième ordre à caractéristiques triples proviennent de l'élimination de ξ entre les n équations

$$\begin{cases} \Phi = \Pi + \Omega(\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_n; x, x_1, \ldots, x_n; p_1, \ldots, p_n; p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{nn}) = 0, \\ p_{i11} + 2\xi_\alpha p_{i1\alpha} + \xi_\alpha^2 p_{i\alpha\alpha} + 2\xi_\alpha \xi_\beta p_{i[\alpha,\beta]} + \dfrac{1}{3} \dfrac{\partial \Omega}{\partial \xi_i} = 0, \end{cases}$$

avec

$$\Pi = p_{111} + 3\xi_\alpha p_{11\alpha} + 3\xi_\alpha^2 p_{1\alpha\alpha} + 6\xi_\alpha \xi_\beta p_{1[\alpha,\beta]} + \xi_\alpha^3 p_{\alpha\alpha\alpha} + 3\xi_\alpha^2 \xi_\beta p_{[\alpha,\alpha,\beta]} + 6\xi_\alpha \xi_\beta \xi_\gamma p_{[\alpha,\beta,\gamma]}$$
$$(i, \alpha, \beta, \gamma = 2, 3, \ldots, n; \alpha \neq \beta \neq \gamma).$$

---

(1) *Bulletin Soc. math. de France*, **39**, 1911, p. 370.

(2) *Comptes rendus Acad. Athènes*, 5, 1930, p. 424 (séance du 4 décembre 1930).

(3) Vessiot, *Bulletin Soc. math. de France*, **52**, 1924, p. 336.

Si l'on introduit comme variables nouvelles Φ, $\xi_2, \ldots, \xi_n$ à la place de p_{111}, $p_{112}, \ldots, p_{11n}$, le sous-faisceau caractéristique S aura comme base :

$$\mathrm{K}f = \xi_\varepsilon \mathrm{X}_\varepsilon f + \frac{\Delta_\alpha^\beta}{\Delta}\left(\xi_\varepsilon \mathrm{X}_\varepsilon \frac{\partial \Omega}{\partial \xi_\beta} - 3\mathrm{X}_\beta \Omega\right)\mathrm{T}_\alpha f; \qquad \mathrm{K}_{ghk} f = \mathrm{P}_{ghk} f$$

$$(g, \varepsilon = 1, 2, \ldots, n;\ h, k, \alpha, \beta = 2, 3, \ldots, n),$$

où l'on a posé :

$$\xi_1 = 1; \qquad \mathrm{T}_h f = \frac{\partial f}{\partial \xi_h}; \qquad \mathrm{A}_{hk} = 6\xi_\varepsilon p_{\varepsilon hk} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi_h \, \partial \xi_k} \qquad (\varepsilon = 1, 2, \ldots, n);$$

$$\Delta = \| \mathrm{A}_{i,2}\ \mathrm{A}_{i,3} \ldots \mathrm{A}_{i,n} \| \qquad (i = 2, 3, \ldots, n);$$

$$\Delta_h^j = (-1)^{j+h-1} \begin{vmatrix} \mathrm{A}_{2,2} & \ldots & \mathrm{A}_{2,j-1} & \mathrm{A}_{2,j+1} & \ldots & \mathrm{A}_{2,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathrm{A}_{h-1,2} & \ldots & \mathrm{A}_{h-1,j-1} & \mathrm{A}_{h-1,j+1} & \ldots & \mathrm{A}_{h-1,n} \\ \mathrm{A}_{h+1,2} & \ldots & \mathrm{A}_{h+1,j-1} & \mathrm{A}_{h+1,j+1} & \ldots & \mathrm{A}_{h+1,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathrm{A}_{n,2} & \ldots & \mathrm{A}_{n,j-1} & \mathrm{A}_{n,j+1} & \ldots & \mathrm{A}_{n,n} \end{vmatrix}.$$

4. En examinant la structure de S on arrive aux conclusions suivantes :

1° S ne peut jamais être un faisceau involutif;

2° Pour que S puisse admettre le nombre maximum d'invariants, il est nécessaire que Ω soit un invariant commun aux $n(n-1)/2$ transformations

$$\mathrm{R}_{ii} f = \frac{\partial f}{\partial p_{ii}} - \xi_i \frac{\partial f}{\partial p_{1i}} + \xi_i^2 \frac{\partial f}{\partial p_{11}}; \qquad \mathrm{R}_{ij} f = \frac{\partial f}{\partial p_{ij}} - \xi_j \frac{\partial f}{\partial p_{1i}} - \xi_i \frac{\partial f}{\partial p_{1j}} + 2\xi_i \xi_j \frac{\partial f}{\partial p_{11}}$$

$$(i \neq j = 2, 3, \ldots, n).$$

Le premier dérivé de S sera alors de degré $m + n(n-1)/2$ et le nombre des invariants de S sera au plus $4n - 1$.

3° Les conditions nécessaires et suffisantes pour que S admette effectivement $4n-1$ invariants sont les suivantes : Si l'on remplace Ω par une autre fonction ψ de $4n$ variables $x, x_1, \ldots, x_n; p_1, \ldots, p_n; q_1, \ldots, q_n; \xi_2, \ldots, \xi_n$, où l'on a posé $q_k = \xi_\varepsilon p_{\varepsilon k}$ $(\varepsilon = 1, 2, \ldots, n)$, la condition 2° se trouve identiquement vérifiée. En prenant alors comme variables $q_1, q_2, \ldots, q_n$ à la place de $p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{1n}$, la transformation

$$\mathrm{Z}f = \xi_\varepsilon \left(\frac{\partial f}{\partial x_\varepsilon} + p_\varepsilon \frac{\partial f}{\partial x}\right) + q_\varepsilon \frac{\partial f}{\partial p_\varepsilon} - \psi \frac{\partial f}{\partial q_1} + \frac{1}{3} \mathrm{Q}_\alpha \psi \left(\frac{\partial f}{\partial \xi_\alpha} + q_\alpha \frac{\partial f}{\partial q_1}\right)$$

$$- \frac{1}{3} \Xi_\alpha \psi \left(\frac{\partial f}{\partial q_\alpha} - \xi_\alpha \frac{\partial f}{\partial q_1}\right) \qquad (\varepsilon = 1, 2, \ldots, n;\ \alpha = 2, 3, \ldots, n)$$

doit être une transformation distinguée du faisceau $\overline{F_0}$:

$$Zf; \quad Z_i f = \frac{\partial f}{\partial x_i} + p_i \frac{\partial f}{\partial x} + q_i \frac{\partial f}{\partial p_1} - \frac{1}{3} \Xi_i \psi \frac{\partial f}{\partial q_1}; \qquad G_i f = \frac{\partial f}{\partial p_i} - \xi_i \frac{\partial f}{\partial p_1} - \frac{1}{3} Q_i \psi \frac{\partial f}{\partial q_1}$$

$$Q_i f = \frac{\partial f}{\partial q_i} - \xi_i \frac{\partial f}{\partial q_1}; \qquad \Xi_i f = \frac{\partial f}{\partial \xi_i} + q_i \frac{\partial f}{\partial q_1} \qquad (i = 2, 3, \ldots, n).$$

En exprimant ceci pour une transformation quelconque de $\overline{F_0}$ nous av on

$$3 Z_i \psi - Z \Xi_i \psi = 3 G_i \psi - Z Q_i \psi = 0 \qquad (i = 2, 3, \ldots, n).$$

Les $4n - 1$ invariants de S sont les $4n - 1$ invariants principaux de Zf.

5. Désignons par $\overline{x}, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n; \overline{p}_1, \overline{p}_2, \ldots, \overline{p}_n; \overline{q}_1, \overline{q}_2, \ldots, \overline{q}_n; \overline{\xi}_2, \overline{\xi}_3, \ldots, \overline{\xi}_n$ les invariants de Zf fondamentaux pour $x_1 = x_0$. L'intégrale générale à $n - 1$ dimensions du faisceau $\overline{F}_0$ est

$$\overline{x} = F_1(\overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n); \qquad \overline{p}_1 = F_2(\overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n); \qquad \overline{p}_i = H_i^1(\overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n);$$

$$\overline{q}_1 = F_3(\overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n) + \overline{\xi}_\alpha H_\alpha^2(\overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n); \qquad \overline{q}_i = H_i^2 + \overline{\xi}_\alpha H_{i\alpha}^1;$$

$$H_i^3 + 2\overline{\xi}_\alpha H_{i\alpha}^2 + \overline{\xi}_\alpha^2 H_{i\alpha\alpha}^1 + 2\overline{\xi}_\alpha \overline{\xi}_\beta H_{i[\alpha,\beta]}^1$$
$$+ \frac{1}{3} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi_i}(\overline{\xi}_2, \ldots, \overline{\xi}_n;\ x_0, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n;\ F_1, F_2, F_3;$$
$$H_2^1, \ldots, H_n^1;\ H_2^2, \ldots, H_n^2;\ H_{22}^1, H_{23}^1, \ldots, H_{nn}^1) = 0;$$

$$\left[\frac{\partial F_h}{\partial \overline{x}_{i_1} \ldots \partial \overline{x}_{i_r}} = H_{i_1 \ldots i_r}^h(\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n); \quad i, \alpha, \beta = 2, 3, \ldots, n;\ \alpha \neq \beta\right],$$

F_1, F_2, F_3 désignant trois fonctions arbitraires. Ces formules définissent bien les multiplicités à n dimensions les plus générales, prolongées au troisième ordre, qui satisfont à l'équation (1).

ACOUSTIQUE. — *Sur la propagation des ondes sonores d'amplitude finie.* Note de M. Y. **Rocard**, présentée par M. H. Villat.

Les ondes sonores d'amplitude non infiniment petite obéissent à une équation de propagation non linéaire, et comme conséquence se propagent avec une vitesse dépendant de leur amplitude, et en se déformant d'une façon continue. Les anciens travaux de Riemann, Earnshaw, Rankine, ont fourni quelques résultats importants dans le cas d'ondes planes dans un tuyau cylindrique. Le cas général d'ondes se propageant dans un pavillon dont la section S est fonction de l'abscisse x n'a pas été abordé. D'autre part, le principal problème qui se pose au point de vue physique est de trouver ce que devient en x l'onde émise à l'origine $x = 0$ par un déplace-

ment imposé (mouvement d'un piston). Ce problème est très difficile dans le cas d'un tuyau cylindrique, mais nous avons trouvé que dans le cas d'un pavillon débouchant sur une grande surface, malgré la complexité apparente des équations, on arrivait à des résultats simples, et susceptibles d'applications très suggestives aux haut-parleurs à pavillons de grande puissance que l'on construit maintenant.

Pour trouver l'équation de propagation des ondes sonores d'amplitude finie, on doit effectuer des éliminations entre l'équation de continuité, l'équation adiabatique et l'équation hydrodynamique du mouvement, ces équations étant écrites sans supposer aucun terme petit devant les autres. Dans le cas du mouvement dans un tuyau cylindrique, y étant le déplacement de l'air par rapport à son abscisse x au repos, on arrive ainsi à l'équation

$$(1) \qquad c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \left(1 + \frac{\partial y}{\partial x}\right)^{\gamma+1} \left[\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial y}{\partial t}\,\frac{\partial^2 y}{\partial x\,\partial t}\right],$$

(c, vitesse du son; γ, rapport des chaleurs spécifiques). Le terme $\partial y/\partial t \times \partial^2 y/\partial x\,\partial t$ est souvent omis (Earnshaw, Rankine, Rayleigh) parce qu'on croit pouvoir conserver une approximation dans l'équation hydrodynamique en confondant $\partial/\partial t$ et d/dt. Mais Riemann n'a pu obtenir ses résultats rigoureux sur la propagation d'une perturbation locale qu'en considérant le système complet des équations de départ, qui mène effectivement à (1).

Dans le cas d'un pavillon dont la section S est fonction de x, et de dimensions telles qu'il ne soit pas absurde d'y considérer des ondes planes, en écrivant sans approximations l'équation de continuité pour une tranche entière de pavillon, j'arrive à l'équation de propagation :

$$(2) \qquad \frac{\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left(1 + \dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^{\gamma+1} \left(1 + \dfrac{1}{S}\dfrac{\partial S}{\partial x} y + \dfrac{1}{S}\dfrac{\partial^2 S}{\partial x^2}\dfrac{y^2}{2} + \ldots\right)^{\gamma}} + \frac{\left(\dfrac{1}{S}\dfrac{\partial S}{\partial x}\right)\dfrac{\partial y}{\partial x} + y\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{1}{S}\dfrac{\partial S}{\partial x}\right) + \ldots}{\left(1 + \dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^{\gamma} \left(1 + \dfrac{1}{S}\dfrac{\partial S}{\partial x} y + \dfrac{1}{S}\dfrac{\partial^2 S}{\partial x^2}\dfrac{y^2}{2} + \ldots\right)^{\gamma+1}} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial y}{\partial t}\,\frac{\partial^2 y}{\partial x\,\partial t}\right).$$

Dans cette équation, pas plus qu'en (1), on n'a introduit de termes d'amortissement (viscosité, etc.) qui s'ajouteraient facilement à $\partial^2 y/\partial t^2$, mais qui sont sans intérêt pour les applications physiques que nous avons en vue. Le cas $S = \text{const.}$ nous ramène au tuyau [équation (1)]; le cas $S = 4\pi x^2$ nous donne l'équation générale des ondes sphériques ; le cas où y est infini-

ment petit nous ramène à l'équation classique des pavillons (Rayleigh, Webster).

Pour un pavillon exponentiel, $S = S_0 e^{mx}$, (2) se réduit à

$$(3) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m\left(1 + \frac{\partial y}{\partial x}\right) e^{-my} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\left(1 + \frac{\partial y}{\partial x}\right)^{\gamma+1} e^{\gamma my}}{c^2} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial^2 y}{\partial t \, \partial x}\right).$$

L'étude de cette équation permet de répondre à la question suivante : nous attaquons l'embouchure S_0 du pavillon par un piston dont le mouvement est donné, quelle va être l'onde rayonnée dans l'espace à la sortie $(x = l)$ du pavillon, quelle proportion d'harmoniques et de battements comportera-t-elle en plus des fréquences fondamentales fournies à l'entrée?

La méthode d'intégration employée sera exposée dans un périodique technique, nous ne donnerons ici que les conclusions les plus simples et les plus frappantes. Soit $y = a \sin \omega t$ le mouvement imposé à l'air à l'entrée. A la sortie du pavillon, on trouve, superposées, des harmoniques; l'amplitude de l'harmonique p est proportionnelle à a^p. Considérons le rapport R des vitesses de l'air pour l'harmonique 2 et pour le fondamental, à la sortie du pavillon. Ce rapport pour la fréquence n (si celle-ci est suffisamment aiguë) vaut

$$(4) \qquad R = \pi(\gamma + 1) \frac{a n^2}{n_0 c},$$

n_0 étant la « fréquence de coupure » du pavillon définie par

$$n_0 = \frac{cm}{4\pi}.$$

Supposons qu'on juge nécessaire pour la qualité acoustique de limiter le rapport numérique R à la valeur R_1 pour la fréquence n (par exemple $R_1 = 1$ pour 3000 périodes par seconde); alors (4) fournit une limitation pour α, qui se traduit par une limitation de la puissance acoustique W fournie par cm² à l'entrée du pavillon à une valeur W_1 telle que

$$W_1 = \frac{R^2 \rho c^5 m^2}{8\pi^2(\gamma + 1)^2 n^2}.$$

Ainsi, pour un pavillon dont la fréquence de coupure inférieure est à 70 périodes, avec la limitation $R_1 = 1$ pour $n = 3000$, on a

$W_1 = 0,82$ watts acoustiques par cm² à l'embouchure;

ceci correspond à des pressions de 25000 baryes dans l'onde sonore à

l'entrée, pressions facilement réalisées dans les puissants haut-parleurs modernes.

On voit par cet exemple, où l'énergie de l'harmonique 2 égale celle du fondamental dans l'espace libre, que l'introduction des ondes d'amplitude finie et des équations qui les régissent, peut devenir tout à fait nécessaire dans bien des cas.

MAGNÉTISME. — *Sur le paramagnétisme de l'ion de cobalt dissous.* Note de M. R. **Mercier**, présentée par M. A. Cotton.

L'interprétation des résultats des nombreuses mesures du coefficient d'aimantation des ions paramagnétiques dissous a présenté bien des difficultés jusqu'à présent. En effet la valeur des moments atomiques, obtenus aussi bien par l'application de la méthode thermomagnétique de Weiss que par le moyen des diverses formules de la mécanique quantique, ne coïncidait que rarement avec la valeur du moment tirée des données que fournissait la spectroscopie des ions de même nature. La famille du fer est la plus caractéristique à ce point de vue.

L'origine de cette discordance doit être attribuée aux perturbations de natures multiples que provoquent dans l'ion dissous les molécules voisines du solvant. Théoriquement, Van Vleck assimilant à un champ électrique inhomogène les forces perturbatrices auxquelles l'ion magnétique est soumis dans un cristal, en a étudié l'effet sur celui-ci. S'appuyant sur le calcul matriciel, il a confirmé les prévisions de Stoner et établi que dans certains cas de symétrie inférieure du potentiel électrique fictif, le moment magnétique relatif au nombre quantique azimutal l (le moment dû à la trajectoire d'après Bohr) pouvait être partiellement ou totalement annulé. Dans ce dernier cas, seul le degré de liberté interne s de l'électron contribue encore au magnétisme de l'ion, et la valeur du moment devient alors

$$\overline{\mu} = 4,97 \times 2 \times \sqrt{s(s+1)},$$

c'est-à-dire égale à celle d'un ion dans l'état s.

Par extension de la théorie de Van Vleck au paramagnétisme des ions dissous on peut prévoir à basse température un effet analogue dépendant de la nature du solvant. A haute température un effet de moyenne s'établit, conférant au potentiel électrique perturbateur la symétrie sphérique ; l'ion doit être alors considéré comme libre. Son magnétisme tend, dans ce cas,

vers l'une des deux valeurs données par les théories de Pauli et Van Vleck :

$$\bar{\mu} = 4,97 \times g \times \sqrt{j(j+1)},$$
$$\bar{\mu} = 4,97 \times \sqrt{4s(s+1)+l(l+1)},$$

selon que la distance des niveaux du multiplet fondamental est grande ou petite en regard de kT.

A basse température, l'effet de moyenne peut disparaître peu à peu et pour certains solvants la perturbation peut amener l'inefficacité totale du nombre quantique azimutal l. Il est à remarquer que la théorie de Van Vleck appliquée de cette façon fait prévoir une variation du moment magnétique d'un même ion dissous avec la nature du solvant, fait observé depuis longtemps.

Nous avons mesuré en fonction de la température le coefficient d'aimantation de l'ion de cobalt ($CoCl^2$, $6H^2O$) en solution très diluée dans l'alcool méthylique pur. Pour éviter tout effet d'association moléculaire ou d'interaction entre les ions de cobalt, les dilutions étudiées s'étendaient entre 20/1000e et 1/1000e normal. Les susceptibilités ont été obtenues par la méthode magnétomécanique : une balance de torsion très sensible mesurait le couple auquel est soumis, dans un champ inhomogène, un récipient de quartz rempli de la solution et baignant dans le solvant. On obtient de cette façon directement la variation de susceptibilité due au corps dissous. Les mesures ont été effectuées entre 293°K. et 177°K. (1° au-dessus du point de congélation du méthanol).

La dépendance entre la variation de susceptibilité de la solution et le titre est parfaitement linéaire, ce qui exclut tout effet d'association moléculaire. Dans ces conditions, le moment magnétique de l'ion cobalt, calculé par la loi de Langevin (point de Curie = 0°K.) varie entre 23,9 magnétons de Weiss (293°K.) et 18,1 magnétons (177°K.) ainsi qu'on peut le voir dans le tableau ci-dessous :

Température. °K.	Moment magnétique (en magnétons de Weiss).
273	23,9
259	22,3
228	21,3
210	20,6
193	19,1
177	18,1

L'état fondamental de l'ion Co^{++} étant fort probablement caractérisé par $^4F_{9/2}$ (quadruplet inversé avec $l=3$, $s=3/2$), les limites théoriques du moment magnétique sont 33,2 magnétons à haute température et 19,3 pour un champ électrique perturbateur asymétrique. Nos mesures à basse température sont affectées d'une erreur qui peut atteindre 1 magnéton (pour 177°K); on peut donc dire que les valeurs mesurées du moment restent dans les limites établies par la théorie de Van Vleck-Stoner.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'excitation monochromatique de la fluorescence de* I_2. Note de M. **I. I. Agarbiceanu**, présentée par M. A. Cotton.

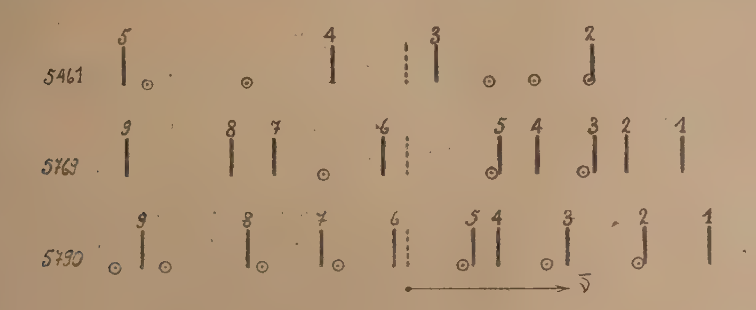
Un spectrographe à échelons nous a permis de suivre le mécanisme de l'excitation (¹) de la fluorescence de I_2 pour les raies 5461, 5769 et 5790 d'un arc à mercure en quartz et d'un arc à mercure Cooper-Hewitt en verre. L'échelon utilisé, construit par Hilger, comprend 19 marches; il ne donne pas de spectres parasites. Le domaine de dispersion mesuré pour la raie 5491 est de $0^{\text{Å}},307$; pour les raies 5769 et 5790, il est $0^{\text{Å}},353$ et $0^{\text{Å}},359$; en cm^{-1} on a respectivement 1,033 cm^{-1}, 1,074 cm^{-1} et 1,085 cm^{-1}. Les observations et les clichés ont été faits dans la position d'ordre simple. L'arc en quartz utilisé était du modèle Cotton, régime normal 2,5 ampères. L'arc Cooper-Hewitt était du modèle en verre H.10 (courant continu, 3,4 ampères maximum).

Raies d'absorption excitées par la raie 5461. — Sur le fond continu de cette raie émise par la lampe en quartz sur $\approx 0{,}96\ cm^{-1}$, on reconnaît avec l'échelon les raies d'absorption numérotées par Wood 2, 3, 4 et 5. Elles se présentent dans l'ordre donné par la figure (²). Les différences (2)—(3); (3)—(4); (4)—(5) sont respectivement : 0,273 cm^{-1}; 0,180 cm^{-1} et 0,361 cm^{-1}. On constate aussi ces raies d'absorption lorsque la source est la lampe Cooper-Hewitt, comme on peut s'en assurer avec l'échelon en examinant la raie 5461 à travers un ballon vidé renfermant de la vapeur d'iode.

(¹) Nous rappelons que l'expérience et la théorie des spectres moléculaires font correspondre, dans le cas de I_2, à chaque raie d'absorption, une série de doublets dans le spectre de fluorescence excité par une raie, dont la fréquence est telle qu'elle se superpose, au moins partiellement, à la raie d'absorption.

(²) Les traits en pointillé sur la figure représentent le centre des composantes principales des raies émises par la lampe Cooper-Hewitt. Les centres des petits cercles indiquent les positions des satellites de ces raies.

Les raies 3 et 4 absorbent dissymétriquement les bords de la composante principale tandis que deux autres composantes sont absorbées par les raies 2 et 5. D'après Loomis [1], ces quatre raies d'absorption appartiennent à des bandes avec $v''=0$. Or, nous avons trouvé 4 termes antistokes [2] dans le spectre de fluorescence excité par 5461 de l'arc Cooper-Hewitt. On a le choix entre deux hypothèses pour mettre d'accord ce fait avec les valeurs



de v'' : 1° augmenter de quatre unités la valeur de v'' admise actuellement; 2° admettre la présence d'une bande avec $v''=4$ dans le domaine spectral considéré. Une telle bande n'a encore jamais été observée, et la plus proche ($v''=16$, $v''=4$) se trouve à 6036 Å. Si l'on admettait néanmoins, qu'une telle bande existe mais qu'il est impossible de la mettre en évidence par absorption, elle serait déterminée par $\nu_k(v'=39; v''=4)=18345{,}9\,\text{cm}^{-1}$.

Raies d'absorption excitées par la raie 5769. — Sur le fond continu de cette raie émise par l'arc en quartz se projettent 9 lignes d'absorption de I_2. Ces raies que nous numéroterons de 1 à 9 se présentent dans l'ordre donné par la figure. Les intervalles (1)—(2); (2)—(3), etc., sont respectivement 0,097 cm^{-1}; 0,055 cm^{-1}; 0,103 cm^{-1}; 0,064 cm^{-1}; 0,201 cm^{-1}; 0,190 cm^{-1}; 0,073 cm^{-1}; 0,184 cm^{-1}. De même que dans le cas de la raie 5461, l'excitation Cooper-Hewitt n'est pas non plus monochromatique dans ce cas. La composante principale est plus fine ($\approx 0{,}08\,\text{cm}^{-1}$) que la composante principale de la raie verte ($\approx 0{,}165\,\text{cm}^{-1}$). La raie 6 absorbe le bord de cette composante, tandis que deux autres composantes excitent les raies 5 et 3. D'après un travail de Warfield [3], Turner [4] attribue à

---

(1) F.-W. Loomis, *Phys. Rev.*, 29, 1927, p. 112.

(2) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 123.

(3) C.-N. Warfield, *Phys. Rev.*, 31, 1928, p. 39.

(4) L.-A. Turner, *Zeits. f. Phys.*, 65, 1930, p. 480.

une raie d'absorption qui coïnciderait avec le milieu de la raie 5769, les nombres quantiques $v' = 16$, $v'' = 0$, R(93,5). Cette raie serait la raie 6. En résumé, il résulte de nos observations que l'arc en quartz excite 9 séries de doublets de fluorescence et la lampe Cooper-Hewitt au moins 3 séries de fluorescence. Avec des poses prolongées, nous avons obtenu avec cette excitation 6 termes antistokes. Ce fait conduit, en augmentant les v'' de 4 unités, à attribuer une des raies 3 et 5, qui sont intenses à la bande ($v' = 20$; $v'' = 2$).

Raies d'absorption excitées par la raie 5790. — Sur le fond continu de cette raie émise par l'arc en quartz se trouvent 3 raies d'absorption de I_2 dans l'ordre donné par la figure. Les intervalles entre (1) — (2); (2) — (3); etc. sont respectivement : 0,112 cm^{-1}; 0,132 cm^{-1}; 0,120 cm^{-1}; 0,044 cm^{-1}; 0,139 cm^{-1}; 0,124 cm^{-1}; 0,128 cm^{-1}; 0,184 cm^{-1}. Des considérations analogues à celles qu'on a introduites dans le cas précédent indiquent qu'un arc Cooper-Hewitt excite, avec des intensités différentes, la majorité des raies d'absorption excitées par un arc en quartz et donc autant de séries de doublets de fluorescence. Les 6 termes antistokes mis en évidence avec des longues poses nous conduisent à attribuer à la bande $v' = 19$; $v'' = 2$ une des raies 2 et 8 qui sont plus intenses que les autres.

Pour avoir des raies d'absorption fines, il est important que le ballon à iode soit bien vidé. Des traces de gaz étrangers (O_2, N_2, H_2) élargissent les raies d'absorption et, pour une pression suffisamment grande, les font disparaître en les remplaçant par un fond continu d'absorption. En particulier, un ballon à iode non vidé ne présente aucune raie d'absorption sur le fond continu des raies 5461, 5769 et 5790. Pourtant l'aspect général du spectre d'absorption avec une résolution plus faible (réseau) ne change pas. Ce qui prouve que l'élément perturbateur introduit est de l'ordre de grandeur de l'énergie de rotation de la molécule.

FLUORESCENCE. — *Sur la fluorescence à raies de la vapeur de cadmium.* Note (1) de Mlle **E. Kalinowska**, transmise par M. M. de Broglie.

Les travaux de Kapuściński (2) et Jabłoński (3) ont montré que lorsque l'on irradie la vapeur de Cd par la lumière dans le domaine 1900 Å — 2100 Å,

---

(1) Séance du 3 janvier 1933.

(2) *C. R. Soc. Pol. de Phys.*, fasc. **8**, 1927, p. 44.

(3) *C. R. Soc. Pol. de Phys.*, **3**, 1927, p. 175.

caractérisant l'absorption moléculaire de ce métal, on constate dans la fluorescence les raies atomiques du Cd (4678 Å, 4800 Å, 5086 Å, $2^3S - 2^3P$). Comment l'énergie absorbée par les molécules est-elle transmise aux atomes ? L'émission des raies demande la présence des atomes à l'état initial 2^3S, ce qui correspond à 6,34 volts ou à 1900 Å. On peut se demander si une excitation aussi élevée se fait en un acte d'absorption des photons ou en deux actes d'absorption consécutifs. Pour élucider ce point, j'ai cherché les variations que subit l'intensité des raies de fluorescence (du triplet visible de Cd) en faisant varier l'intensité de la lumière excitatrice. En effet, si l'excitation est due à un seul acte d'absorption, l'intensité de la lumière excitée doit être une fonction linéaire de l'intensité incidente. Dans le cas de deux actes d'absorption, cette intensité varie comme le carré de celle de la lumière incidente. La méthode expérimentale consistait à exciter la vapeur saturée de Cd contenue dans un vase cylindrique en silice. Ce vase était enfermé dans un four électrique et la vapeur a été irradiée par la lumière d'une étincelle d'Al, et par celle du Cd. On faisait varier l'intensité du faisceau incident en interposant des grilles à mailles plus ou moins grandes. Le spectre de la lumière de fluorescence a été photographié à l'aide d'un spectrographe à dispersion moyenne. Chaque plaque portait un enregistrement d'intensité obtenu en photographiant la lumière d'une lampe étalon à travers un affaiblisseur de Zeiss formé de couches de platine de diverses épaisseurs déposées sur une lame de quartz.

Les mesures microphotométriques des raies ainsi que des échantillons d'intensité permettaient de déterminer les intensités relatives des raies atomiques étudiées du cadmium et leur variation suivant les conditions.

Le tableau qui suit présente les résultats obtenus. Les nombres du tableau donnent le rapport de l'intensité (I_1) des raies du triplet correspondant au rayonnement excitant non affaibli à l'intensité (I_2) qui correspond au rayonnement excitant affaibli à l'aide de la grille.

Température.	Pression.	Excitation par étincelle Al.			Excitation par étincelle Cd.			Coefficient de la grille.
600°	68,2 mm	–	4,9	–	–	–	–	3,6
650	–	5,0	5,3	–	7,0	6,8	–	–
700	345	5,2	5,2	4,9	–	–	–	–
720		4,9	4,7		6,2	5,9	5,8	
750	–	4,2	4,3	4,0	4,6	4,8	–	
800	1000	4,0	4,2	3,9	4,8	4,6	4,7	–
850	–	3,5	3,6	–	–	3,9	–	–
900	2205	3,8	3,7	–	–	–	–	–

Les nombres ci-dessus montrent que la variation de l'intensité de chaque raie est très éloignée de la relation quadratique; elle est proche de la simple proportionnalité. Cette constatation démontre que dans sa majeure partie l'excitation des atomes jusqu'à l'état 2^3S est la conséquence d'un seul acte d'absorption. Toutefois on remarque que les valeurs de coefficients I_1/I_2 montrent une variation avec la pression de vapeur; le coefficient augmente à mesure que la température diminue. Il faut donc supposer que le mode d'excitation par simple absorption n'est pas unique et qu'aux pressions plus basses un autre phénomène de production des atomes à l'état 2^3S existe également.

L'explication la plus simple de la luminescence atomique en question serait celle d'admettre l'existence des molécules à forces de liaison relativement faibles. Ces molécules excitées par suite de l'absorption de la lumière de 2000 Å-2100 Å céderaient leur énergie d'excitation à des atomes libres avec un certain excès, provenant de leur énergie cinétique. Ce dernier point rendrait compte du fait de l'accroissement de l'intensité du triplet visible de cadmium avec la température. On pourrait peut-être supposer que l'atome à l'état 2^3S résulte de la dissociation par choc de la molécule excitée, cependant ce mode de formation des atomes excités demanderait qu'au moment du choc la molécule reçoive un surplus d'énergie nécessaire à la dissociation.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la diffusion des neutrons. Chocs non élastiques sur les noyaux.* Note de M. **Pierre Auger**, présentée par M. Jean Perrin.

1. Dans une précédente Note [1] j'ai signalé que l'action du rayonnement du glucinium bombardé par rayons α, sur l'hydrogène contenu dans une chambre à détentes de C. T. R. Wilson, donnait lieu à l'apparition de deux sortes de trajectoires. Les unes, qui traversent tout l'appareil et qui présentent les barbelures caractéristiques des rayons β de collision, sont dues à des protons rapides, projetés par choc avec des neutrons de grande énergie cinétique (plusieurs millions de volts-électrons). Les autres sont courtes, et souvent contenues en entier dans l'appareil, elles ne présentent pas de rayons β de collision et sont dues à des protons de quelques centaines

[1] *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 234.

à quelques dizaines de kilovolts-électrons : on peut supposer que ce sont des neutrons lents qui leur donnent naissance. J'avais tout d'abord attribué la production de ces neutrons lents à la source de glucinium bombardé elle-même; certaines observations ayant cependant montré le rôle important de la diffusion des neutrons dans la matière, j'ai recherché systématiquement l'influence de diffuseurs variés sur l'aspect des trajectoires protoniques dans la chambre à détentes.

2. Une série d'observations, comportant chaque fois la prise de 200 à 600 clichés, a été faite dans les mêmes conditions de détente, la source de glucinium bombardé par rayons α étant placée à 6^{cm} du centre de la chambre. Cette source [1] était tantôt isolée, tantôt adossée (du côté opposé à la chambre) à un diffuseur massif de 1^{dm^3} environ. D'autre part, un écran de paraffine de 5 à 10^{cm} d'épaisseur, pouvait être disposé autour de cet ensemble pour l'isoler de l'effet des objets environnants.

1° Avec la source nue et sans écran de paraffine, les clichés montrent, comme dans les anciennes expériences, une forte proportion de rayons courts (30 pour 100 du total);

2° Avec la source nue et l'écran de paraffine, le nombre de trajectoires courtes est fortement réduit, les trajectoires longues n'étant que peu raréfiées;

3° En laissant l'écran en place et en disposant un diffuseur de cuivre derrière la source, on fait reparaître les trajectoires courtes en nombre à peu près égal à celui de la série sans écran.

Des diffuseurs de fer, d'aluminium, de plomb produisent des effets analogues. Dans le tableau qui résume les résultats, les nombres de trajectoires sont rapportés à 200 clichés dans chaque cas :

	Source nue		Diffuseur			
	sans écran.	avec écran.	cuivre.	aluminium.	fer.	plomb.
Trajectoires longues........	13	8	10	10	16	23
Trajectoires courtes........	6	2	6	7	5	9

3. On peut interpréter ces résultats de la manière suivante : les trajectoires courtes proviennent de neutrons lents résultant de la diffusion des neutrons rapides dans la matière, diffusion qui s'accompagne de la perte de la plus grande partie (90 pour 100) de leur énergie cinétique. Les chocs entre neutrons et noyaux seraient donc fréquemment des chocs non élas-

---

[1] Prêtée par M. et Mme Joliot-Curie.

tiques laissant le noyau dans un état excité (¹). De cet état, le retour à la normale pourrait se faire par émission de rayons γ, ou bien il pourrait conduire à une désintégration avec émission de rayons corpusculaires analogue à celles observées par Feather dans les gaz. L'émission de rayons γ très pénétrants par les noyaux qui diffusent des neutrons explique bien l'observation déjà faite par M. et Mme Joliot-Curie et par moi-même dans la chambre à détentes, de rayons β de grande énergie dirigés en tous sens, et même en sens inverse de la direction des neutrons et des rayons γ provenant de la source : ces rayons β résulteraient de l'effet des rayons γ de fluorescence nucléaire excités dans la matière environnante (parois des appareils, supports) par le choc des neutrons rapides.

4. Au point de vue de la valeur énergétique des niveaux d'excitation nucléaire, on peut faire deux suppositions :

a. Il y a un niveau important peu inférieur à l'énergie cinétique moyenne des neutrons directs; ceux-ci sont amortis après un choc, et c'est le restant de leur énergie, très variable, puisque les neutrons sont loin d'être monocinétiques, qui leur permet de produire les trajectoires protoniques courtes.

b. Il y a tout un spectre de niveaux nucléaires, et les neutrons subiront un ou plusieurs chocs les amenant à un état de ralentissement suffisant pour que, incapables d'exciter, ils ne subissent plus que des chocs élastiques. Ces neutrons amortis doivent pouvoir effectuer de grands parcours dans des matières à poids atomique élevé. De plus les expériences faites avec un diffuseur de plomb montrent un effet de renforcement des trajectoires longues qui indiquerait une réflexion élastique des neutrons rapides sur ces noyaux lourds.

PHOTOCHIMIE. — *Influence des iodures alcalins sur l'aptitude des émulsions photographiques à la solarisation.* Note (²) de M. **André Charriou**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les récents travaux de H. Arens sur la solarisation (*Zeitz. wiss. Phot.*, 28, n° 3/4, juillet 1930, p. 97-110), ont mis en évidence les phénomènes suivants :

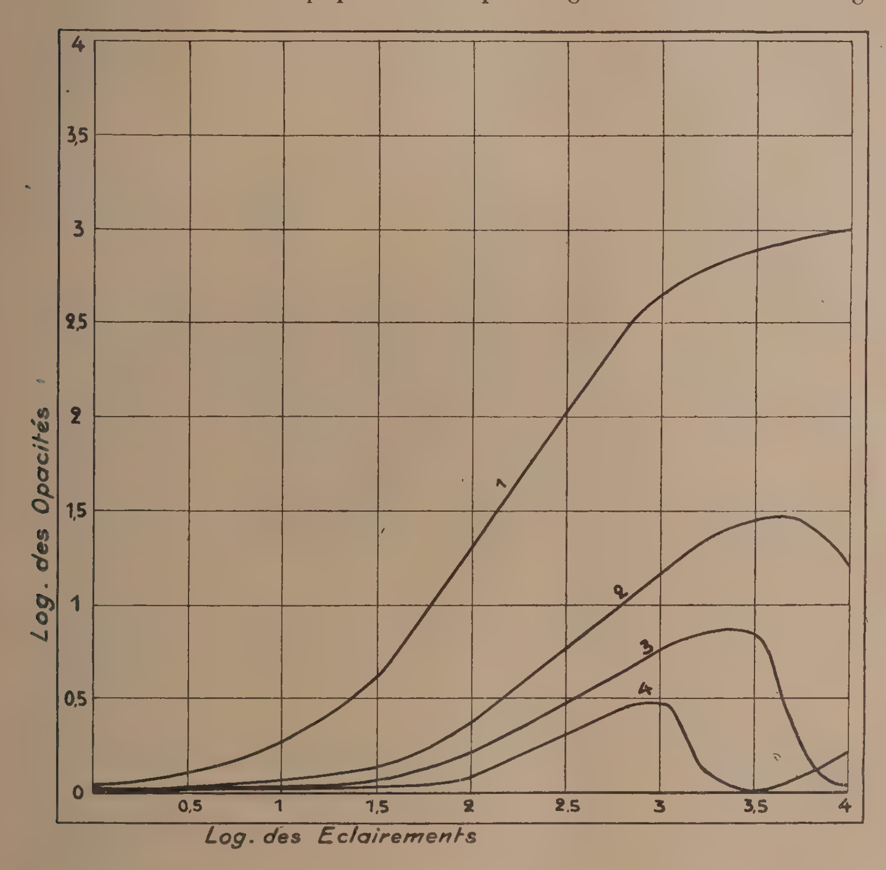
(¹) Les chocs élastiques contre des noyaux relativement lourds ne peuvent faire perdre au neutron qu'une faible proportion de son énergie cinétique, et il faudrait un très grand nombre de chocs pour déterminer le ralentissement observé.

(²) Séance du 9 janvier 1933.

1° La présence des bromures alcalins dans une émulsion photographique rend cette dernière plus apte à la solarisation.

2° La présence d'acceptateurs d'halogènes tend, au contraire, à retarder la solarisation.

3° L'examen microscopique montre que les grains de bromure d'argent



bromuré sont notablement plus gros que ceux de bromure d'argent non bromuré.

Les grains de bromure d'argent bromuré étant eux-mêmes moins gros que les grains de bromure d'argent ioduré, j'ai pensé que l'action des iodures alcalins devait donc être beaucoup plus énergique que celle des bromures vis-à-vis de la solarisation. Aussi ai-je entrepris l'étude de l'influence de ces sels sur une émulsion photographique de sensibilité 500° H. et D., et de propriétés comparables aux émulsions très sensibles du commerce.

Les résultats de ces expériences sont donnés dans la figure ci-dessus; la courbe 1 correspondant à l'émulsion normale, et les courbes 2, 3 et 4 à la même émulsion additionnée d'iodure de potassium, dans la proportion respective de $0^g,5$, 1^g et 2^g pour une masse d'émulsion préparée avec 100^g de nitrate d'agent.

Tandis que croît la teneur en iodure de potassium, on observe une chute de la sensibilité et de la densité des images ainsi qu'un accroissement considérable de l'aptitude à la solarisation.

Alors que l'émulsion 1 permet d'obtenir des images solarisées pour un éclairement environ 10000 fois supérieur à l'éclairement minimum donnant un noircissement, l'émulsion 2 présente la solarisation pour un éclairement 100 fois plus grand et l'émulsion 4 pour un éclairement seulement 10 fois plus grand, avec la deuxième solarisation pour un éclairement 100 fois plus grand.

J'ai déterminé, au contraire, que les chlorures alcalins, même pour des doses 10 fois supérieures à celles des iodures, n'ont aucune action sur la *solarisation;* ils n'influencent pas non plus les dimensions des grains de bromure d'argent.

Mes expériences démontrent donc d'une part l'influence tout à fait remarquable des iodures alcalins vis-à-vis de la solarisation, d'autre part l'existence d'une liaison entre la grosseur des grains de bromure d'argent et leur sensibilité à la solarisation.

Les émulsions ainsi obtenues sont *infiniment* plus sensibles à la solarisation que toutes celles qui ont été jusqu'ici expérimentées dans ce but (mille fois plus environ). Elles sont capables de donner des images complètement solarisées pour des temps de pose instantanés. Ce genre de préparation peut ouvrir la voie à des applications pratiques tout à fait curieuses, le seul inconvénient est la densité très faible des images.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'influence de l'oxygène sur les propriétés du cuivre.* Note de MM. **W. Broniewski** et **S. Jaslan**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Le cuivre du commerce est toujours plus ou moins souillé par l'oxygène introduit pendant la fusion. A l'état liquide, le cuivre dissout jusqu'à 1,6 pour 100 d'oxygène. Lors de la solidification, cet oxygène se sépare sous forme d'oxyde de cuivre, en formant un véritable alliage.

Les premières recherches au sujet de cet alliage furent entreprises par Heyn (1900) qui indique un eutectique Cu-Cu^2O pour 3,5 pour 100 d'oxydule à 1065°, soit à 19° au-dessous de la températute de fusion du cuivre. M. Dejean (1906) place cet eutectique à 4,5 pour 100 de Cu^2O. Enfin MM. Vogel et Pocher (1929) poussent l'étude du diagramme de solidification jusqu'à 18 pour 100 d'oxygène et admettent une dissociation de l'oxydule, au-dessous de 400° en cuivre et CuO.

L'influence de l'oxygène sur les propriétés du cuivre n'a pas été nettement établie. Dans l'industrie, on craint ordinairement la souillure par l'oxygène que l'on accuse d'abaisser la ductilité du cuivre et d'en rendre plus difficile le laminage. Par contre, MM. Hanson, Marryat et Ford (1923) admettent que jusqu'à la teneur de 1 pour 100 environ de Cu^2O, ni la conductivité électrique du cuivre, ni ses propriétés mécaniques ne sont sensiblement influencées. Ils expliquent ce résultat par l'insolubilité de l'oxydule dans le cuivre. Cette interprétation se trouverait d'accord avec l'étude de Heyn, mais en contradiction avec celle de MM. Vogel et Pocher qui indiquent une solution solide limitée à 0,8 pour 100 de Cu^2O.

Afin de résoudre, autant que possible, cette double controverse, nous avons cru utile de reprendre le sujet. Comme matière première, nous avons employé du cuivre déposé électrolytiquement au laboratoire et fondu dans le vide au moyen d'un four à haute fréquence. Pour les alliages, l'oxygène était introduit à la fusion sous forme de CuO. Les échantillons étaient coulés en coquilles de 18^{mm} de diamètre, laminés en baguettes de 6^{mm}, tournés en éprouvettes de 5^{mm} de diamètre, et recuits à 450° pendant 1 heure. Jusqu'à 3 pour 100 de Cu^2O, le laminage se faisait à froid, pour les teneurs supérieures à chaud.

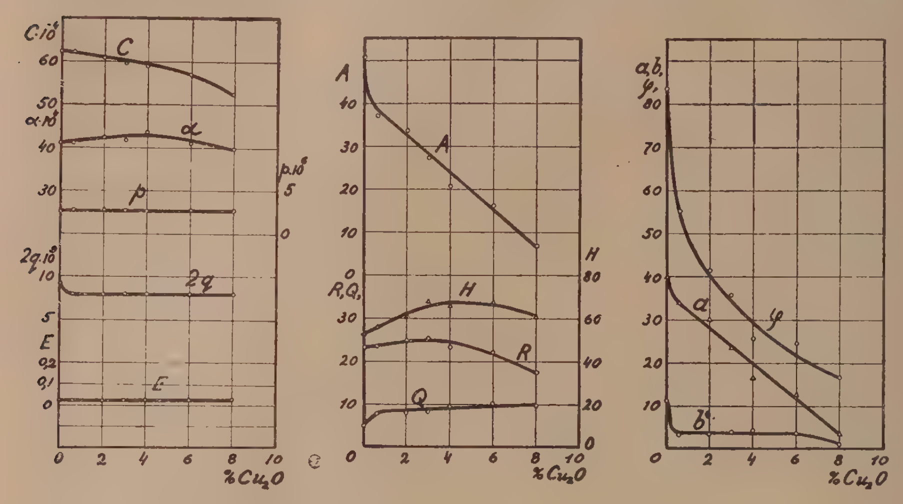
Les mesures étaient faites de la façon mentionnée dans les études antérieures [1] et leurs résultats sont reproduits sur les diagrammes ci-après.

Ces diagrammes nous montrent que le pouvoir thermo-électrique (p) et la force électromotrice de dissolution (E) du cuivre ne paraissent pas être influencés par son oxydation. Par contre, la variation du pouvoir thermo-électrique ($2q$) manifeste un point singulier au-dessous de 0,8 pour 100 de Cu^2O. La conductivité électrique (C) est faiblement réduite par l'oxydation, alors que la variation de la résistance électrique (a) augmente légèrement pour passer par un maximum plat. Cet effet pourrait être expliqué en

(1) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 651; **190**, 1930, p. 1412; **194**, 1932, p. 973 et 2047.

admettant une augmentation de la solubilité de l'oxygène dans le cuivre avec la température, ce qui contribuerait à élever davantage sa résistance électrique.

La dureté (H) s'élève de 30 pour 100 jusqu'à la teneur eutectique de



Propriétés des alliages cuivre-Cu^2O en fonction de la composition en poids.

C, conductibilité électrique à 0° en ohms/cm³; α, coefficient de température de la résistance électrique entre 0° et 100°; *p*, pouvoir thermoélectrique à 0° en volts par rapport au plomb; 2*q*, variation du pouvoir thermoélectrique entre — 78° et + 100°; E, valeurs maxima de la force électromotrice de dissolution en volts dans une solution 0,1 normale de sulfate de cuivre par rapport à une électrode normale au mercure; A, allongement total à la rupture en pour 100 pour l'éprouvette internationale L = 10*d*; H, dureté Brinell; R, résistance à la traction en kg/mm; *a*, allongement uniforme à la rupture en pour 100; *b*, allongement dû à la striction = A — *a*.

Cu^2O et diminue lentement ensuite. La courbe de résistance à la traction (R) affecte la même allure, mais sa hausse est plus faible et sa descente plus accentuée. La limite élastique (Q) montre un changement d'allure au voisinage de 0,8 pour 100 de Cu^2O, limite présumée de la solution solide.

Les propriétés le plus fortement influencées par l'oxydation sont la striction (φ) et l'allongement total à la rupture (A). On remarque sur ces courbes une descente plus rapide pour le premier pour 100 de Cu^2O que pour les suivants. La comparaison de l'allongement uniforme (*a*) et de l'allongement dû à la striction (*b*) montre que le changement d'allure est surtout localisé dans cette dernière propriété et peut encore correspondre à la limite de la solution solide.

L'ensemble de ces faits nous permet de conclure à la présence d'une

solution solide limite voisine de 0,8 pour 100 de Cu^2O, particulièrement manifestée par les courbes de la variation du pouvoir thermo-électrique ($2q$), la limite élastique (Q), la striction (φ) et l'allongement dû à la striction (b).

L'influence de l'oxygène, même dans les limites, ne dépassant pas 1 pour 100 de Cu^2O, n'est pas négligeable pour la dureté (H) et la limite élastique (Q) qu'elle augmente, ainsi que pour l'allongement (A) et la striction (φ) qu'elle diminue sensiblement.

L'opinion imputant à l'oxydation du cuivre une diminution de sa ductilité apparaît donc justifiée par ces essais.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cryoscopique du paraldéhyde, de l'éther et de l'acétone dans les solutions d'acétate de sodium.* Note de Mlle **O. Hun**, présentée par M. G. Urbain.

En vue de compléter les recherches faites par M. F. Bourion et ses collaborateurs [1] sur le comportement du paraldéhyde, de l'éther et de l'acétone dans les solutions salines aqueuses, j'ai étudié ces mêmes corps dans les solutions d'acétate de sodium.

Le milieu cryoscopique est constitué par des liqueurs de concentrations 0,50M, 1M et 1,225M en acétate. La teneur en corps organique du mélange ternaire croît de 0,125M en 0,125M jusqu'à saturation pour le paraldéhyde et l'éther et jusqu'à 1,250M pour l'acétone, qui est très soluble.

On a obtenu :

	Paraldéhyde.			Acétone.			Éther.		
Conc.	Poids pour 100g eau.	Abaissement.	k.	Poids pour 100g eau.	Abaissement.	k.	Poids pour 100g eau.	Abaissement.	k.
				Pour les solutions 0,1 M.					
0,125...	1,711	0,319	24,16	–	–	–	–	–	
0,250...	3,476	0,635	24,10	1,506	0,552	21,27	1,931	0,591	22,83
0,375...	5,298	0,963	24,00	2,277	0,836	21,30	2,931	0,910	23,01
0,500...	7,179	1,301	23,93	3,062	1,136	21,52	3,953	1,226	22,98
0,620...	9,123	1,648	23,84	3,860	1,419	21,32	4,998	1,544	22,89
0,700...	10,319	1,853	23,70	–	–	–	–	–	–
0,750...	–	–	–	4,672	1,725	21,41	6,069	1,889	23,07
0,875...	–	–	–	5,499	2,031	21,42	7,165	2,226	23,02
1,000...	–	–	–	6,399	2,341	21,42	8,287	2,586	23,12
1,125...	–	–	–	7,194	2,647	21,34	–	–	–
1,250...	–	–	–	8,065	2,968	21,35	–	–	
	k moyen : 23,95			*k* moyen : 21,37			*k* moyen : 22,99		

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1240 et 2050.

	Paraldéhyde.			Acétone.			Éther.		
Conc.	Poids pour 100g eau.	Abaissement.	*k*.	Poids pour 100g eau.	Abaissement.	*k*.	Poids pour 100g eau.	Abaissement.	*k*.
				Pour les solutions 1 M.					
0,125...	1,749	0,410	30,94	–	–	–	–	–	–
0,250...	3,552	0,826	30,63	1,528	0,646	24,36	1,973	0,735	27,60
0,375...	3,413	1,249	30,47	2,326	0,972	24,24	2,995	1,119	27,69
0,500...	7,335	1,685	30,32	3,128	1,305	24,19	4,039	1,512	27,74
0,625...	–	–	–	3,944	1,650	24,26	5,107	1,914	87,77
0,750...	–	–	–	4,773	1,996	24,25	6,200	2,344	28,01
0,875...	–	–	–	5,618	2,352	24,28	7,321	2,766	28,00
1,000...	–	–	–	6,477	2,707	24,24	8,467	3,225	28,22
1,125...	–	–	–	7,351	3,070	24,22	–	–	–
1,250...	–	–	–	8,240	3,438	24,20		–	
		k moyen :	30,60		*k* moyen :	24,25		*k* moyen :	27,86
				Pour les solutions 1,225 M.					
0,125...	1,766	0,442	33,00	–	–	–	–	–	–
0,250...	3,587	0,885	32,57	1,553	0,683	25,50	1,993	0,797	29,64
0,375...	5,466	1,377	33,25	2,349	1,038	25,63	3,024	1,211	29,67
0,425...	6,237	1,552	32,85	–	–			–	–
0,500...	–	–	–	3,159	1,392	25,55	4,079	1,645	29,89
0,625...	–	–	–	3,983	1,764	25,69	5,157	2,085	29,96
0,750...	–	–	–	4,820	2,138	25,72	6,262	2,589	30,05
0,875...	–	–	–	5,674	2,497	25,53	7,393	3,010	30,17
1,000...	–	–	–	6,541	2,911	25,81	–	–	–
1,125...	–		–	7,424	3,286	25,67		–	–
1,250...	–	–	–	8,321	3,702	25,80	–	–	–
		k moyen :	32,92		*k* moyen :	25,65		*k* moyen :	29,90

Les milieux étudiés semblent présenter une constante cryoscopique déterminée vis-à-vis de l'éther et de l'acétone. La faible solubilité du paraldéhyde d'une part, sa tendance à la dépolymérisation d'autre part, ne permettent pas d'affirmer qu'il en soit de même pour lui.

Les constantes obtenues pour l'éther et l'acétone croissent d'une manière analogue avec la concentration de la solution d'acétate, mais les valeurs trouvées sont assez différentes quand on passe de l'éther à l'acétone. L'étude de ces deux corps ne suffit pas pour déterminer avec sécurité la constante caractéristique du milieu.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'action retardatrice du verre sur la réaction de Landolt.* Note (¹) de M. **André Juliard**, transmise par M. Georges Urbain.

Lorsqu'on ajoute un excès d'acide iodique à une solution diluée d'acide sulfureux, il se forme de l'iode libre, qui apparaît brusquement après une période d'induction plus ou moins longue, variable avec les conditions de l'expérience. Cette réaction, étudiée pour la première fois par Landolt (²), a fait l'objet de très nombreuses études. Liebreich (³), entre autres, a constaté que dans certains cas l'iode n'apparaît pas au même instant dans tout le volume de la solution. Ainsi, si l'on effectue la réaction dans une éprouvette en verre, avec des concentrations convenables et en présence d'empois d'amidon, on voit se former d'abord une colonne bleue occupant l'axe de l'éprouvette, et la coloration ne s'étend ensuite que progressivement vers la périphérie. Tout se passe comme si la réaction était freinée au voisinage des parois.

On arrive à une interprétation satisfaisante du phénomène de Liebreich en étudiant de plus près le mécanisme de la réaction. De nombreux travaux (⁴) ont montré que l'acide sulfureux s'oxyde par deux voies différentes : d'une part, directement, par les ions IO_3^- :

$$IO_3^- + 3SO_3^= \rightarrow I^- + 3SO_4^=, \tag{1}$$

et d'autre part, indirectement, à partir de l'iode libéré par l'action des ions I^- sur les ions IO_3^- en excès :

$$5I^- + IO_3^- + 6H^+ \rightarrow 3I_2 + 3H_2O, \tag{2}$$

$$3I_2 + 3SO_3^= + 3H_2O \rightarrow 6I^- + 3SO_4^= + 6H^+, \tag{3}$$

la somme des deux dernières réactions étant stoechiométriquement équivalente à la réaction (1).

L'étude cinétique de ces trois réactions (⁴) a montré que la première est beaucoup plus lente que la deuxième et celle-ci beaucoup plus lente que la

(¹) Séance du 3 janvier 1933.

(²) H. Landolt, *Ber. d. chem. Ges.*, 19, 1886, p. 1317 et 20, 1887, p. 745.

(³) O. Liebreich, *Zeits. Phys. Chem.*, 5, 1890, p. 529 et 8, 1891, p. 83.

(⁴) A. Skrabal, *Z. Electroch.*, 28, 1922, p. 224 qui donne à la fin de son Mémoire la bibliographie détaillée concernant cette réaction.

troisième. Il en résulte, d'une part, que l'iode libre ne peut apparaître dans la solution qu'après la destruction des dernières traces d'acide sulfureux, et que, d'autre part, cette destruction s'effectue principalement sous l'action catalytique des ions I^-, par le jeu des réactions (2) et (3). Il est évident, dans ces conditions, que l'apparition de l'iode libre sera retardée si l'on élimine, au début de la transformation, les ions I^- provenant de la réaction (1).

Or le verre agit précisément pour capter les ions I^-; il les fixe par adsorption en jouant ainsi le rôle de catalyseur négatif. Grâce à la diffusion, cette action se fait sentir non seulement au contact immédiat du verre, mais aussi à une certaine distance des parois. D'autre part, l'élimination des ions I^- n'est que passagère, car elle s'arrête lorsque toute la surface du verre est saturée par la substance adsorbée. C'est à ce moment seulement que se produisent, dans la couche périphérique, les réactions (2) et (3) aboutissant à l'oxydation rapide de l'acide sulfureux et à l'apparition de l'iode libre.

Les expériences qui suivent confirment cette interprétation. Elles ont été effectuées à température ordinaire, avec une solution d'acide iodique à $0^g,25\ IO^3H$ par litre et une solution de bisulfite de sodium à $0^g,33\ SO^3HNa$ par litre, additionnée de $0^{cm^3},5$ d'acide sulfurique concentré et d'un peu d'empois d'amidon.

Première expérience. — On mélange les deux solutions à volumes égaux. On attend 30 secondes et l'on filtre la moitié du mélange sur un tampon de laine de verre purifiée. On constate que la coloration bleue apparaît dans la solution filtrée environ une demi-minute plus tard que dans la portion non filtrée (celle-ci bleuit après 3 minutes et demie). Ce retard s'explique si l'on admet que la laine de verre a enlevé à la solution les ions iode formés par la réaction (1) avant la filtration et dont la présence est nécessaire au déclenchement des réactions (2) et (3).

Deuxième expérience. — On introduit dans une éprouvette en verre un mélange fraîchement préparé des deux solutions, à volumes égaux. Trente secondes après on plonge lentement dans le mélange, jusqu'à mi-hauteur, un tampon de laine de verre. On constate que la solution bleuit d'abord et d'un seul coup dans la région au-dessous du tampon, et avec un retard de 10 à 30 secondes dans la région supérieure.

Troisième expérience. — On prépare des tampons de laine de verre imprégnés de très petites quantités d'iodure de potassium. On constate que le retard à l'apparition de l'iode libre dans la partie supérieure de l'éprouvette diminue à mesure qu'on augmente la concentration du bain ayant servi à l'imprégnation du tampon. Lorsque cette concentration est d'environ $0^g,015$ KI par litre pour 3^g de laine de verre plongée dans 200^{cm^3} de solution, le retard devient nul. Lorsqu'on dépasse cette concentration,

le phénomène est renversé : la solution bleuit d'abord dans la partie supérieure de l'éprouvette.

Ces résultats s'expliquent par le fait que si le tampon est imbibé d'un excès suffisant d'iodure, il le cède ensuite à la solution en provoquant non plus un retard mais une avance dans le déclenchement des réactions (2) et (3).

En résumé, ces expériences montrent nettement que la réaction de Landolt est catalysée par les ions I^-, et que le phénomène de Liebreich est dû à l'élimination de ces ions par le verre agissant comme adsorbant et jouant ainsi le rôle de catalyseur négatif.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la constitution des solutions chlorhydriques de sels de cobalt.* Note de M. **P. Job**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que les solutions chlorhydriques de sels cobalteux prennent une coloration bleue intense, lorsque la teneur en acide est assez forte. A la suite d'Engel [1] de nombreux auteurs ont attribué ce changement de coloration à la formation d'un complexe chloré, mais ils n'ont pu vérifier quantitativement cette hypothèse, ni déterminer la formule de ce composé : il m'a paru intéressant de tenter d'y parvenir.

J'ai donc mesuré au spectrophotomètre d'Yvon et dans la région spectrale comprise entre 4500 et 7000 Å, les coefficients d'absorption de solutions aqueuses étendues de sulfate de cobalt (de 0,01 à 0,02 atome de cobalt par litre), contenant des quantités variables d'acide chlorhydrique (de 0 à 13 molécules par litre). Pour une même teneur en acide, les coefficients d'absorption sont proportionnels à la concentration en cobalt; on peut donc se contenter d'étudier une série de solutions où cette concentration reste constante et dont la teneur en acide augmente régulièrement.

Dans ces conditions, l'absorption pour une radiation rouge quelconque est pratiquement nulle jusqu'à une concentration 5N en acide, elle augmente ensuite très rapidement, puis tend vers une limite atteinte aux environs de 12N. Si donc la coloration bleue est due à un composé F, celui-ci n'existe pas en solusion chlorhydrique diluée, sa formation est complète dès que l'on atteint 12 molécules d'acide par litre. On peut aisément calculer la concentration de F dans une solution intermédiaire, à

[1] *Ann. Chim. Phys.*, 6e série, **17**, 1889, p. 338.

partir de sa constante d'absorption et mesurer le coefficient d'absorption de ce composé pour une fréquence quelconque.

Pour les petites longueurs d'onde, au contraire, l'absorption des solutions passe par un maximum pour une certaine acidité; ces solutions contiennent donc plus de deux constituants colorés, elles renferment à la fois le composé final bleu F et un mélange M variable avec la teneur en acide. Soit alors une solution dont nous mesurons l'absorption pour une certaine longueur d'onde; nous connaissons sa teneur en composé F et l'absorption propre de ce composé; il est donc facile de calculer l'absorption due au mélange M et le coefficient d'absorption que présenterait la solution considérée si tout son cobalt s'y trouvait à l'état M, sans formation de composé bleu. Autrement dit, nous pouvons construire les courbes d'absorption des mélanges M purs. L'examen de ces courbes montre qu'ils peuvent être considérés comme des mélanges binaires d'ion cobalteux et d'un composé intermédiaire I, dont on peut déterminer les proportions [1].

Tout se passe donc comme si les solutions considérées contenaient, en proportions connues, l'ion cobalteux et deux complexes chlorés dont il s'agit de déterminer les formules. Cela n'est possible qu'en appliquant la loi d'action de masse aux deux réactions d'équilibre :

$$Co^{++} + p\,Cl^- \rightleftharpoons [CoCl^p] \qquad \text{et} \qquad [CoCl^p] + q\,Cl^- \rightleftharpoons [CoCl^{p+q}] \quad [2].$$

Désignons par C_0, I, F et Cl, les masses actives des quatre constituants, on aura

$$\log Co - \log I + p \log Cl = k \qquad \text{et} \qquad \log I - \log F + q \log Cl = k'.$$

Les solutions étant diluées en cobalt, on peut prendre comme masses actives de l'ion cobalteux, du complexe intermédiaire et du composé final, leurs concentrations déterminées précédemment. Nous admettrons que la masse active de l'ion chlore est proportionnelle à l'activité moyenne de l'acide chlorhydrique déterminée aux fortes concentrations par Randall et Young [3]. Cette hypothèse se justifie par le fait que les équations précédentes sont vérifiées lorsqu'on prend $p = 1$ et $q = 2$.

---

(1) La précision de cette détermination est suffisante jusqu'à une concentration environ dix fois normale.

(2) Ces trois ions peuvent d'ailleurs contenir de l'eau de constitution.

(3) *J. Am. Chem. Soc.*, 50, 1928, p. 989. Cette activité moyenne est mesurée à 25°; nos mesures d'absorption se rapportent à 18°; on peut admettre que la variation du coefficient d'activité avec la molarité n'est pas affectée considérablement par cette différence de température.

Les solutions chlorhydriques de sulfate de cobalt sont donc constituées à la température ordinaire par un mélange d'ion cobalteux et de deux complexes chlorés dont les formules paraissent être, indépendamment de l'eau qu'ils peuvent contenir : $[CoCl]^{+}$ et $[CoCl^{3}]^{-}$. Le tableau suivant indique les proportions des trois composants en fonction de la teneur en acide, à 18° et pour une concentration assez petite en cobalt :

Concentr. molécul. de ClH.	0.	3,5.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	12.
Co^{++} pour 100....	100	96,8	92,3	86	72	47,8	16.5	4,8	0
$[CoCl]^{+}$ »	0	3,2	7,2	11.5	15,5	15,2	11.5	4,2	0
$[CoCl^{3}]^{-}$ »	0	0	0,5	2,5	12,5	37	72	91	100

COLLOÏDES. — *Sur les causes de la thixotropie de certains sols.* Note de M. **Paul Bary**, présentée par M. Urbain.

La propriété que possèdent certains sols colloïdaux de se prendre en masse au repos et de redevenir liquides par agitation, phénomène auquel on a donné le nom de *thixotropie*, n'a reçu de tentative d'explication jusqu'à ce jour que par l'hypothèse de la formation de couches de molécules d'eau orientées à la surface des granules contenus dans le sol. Ces couches en nombre suffisant formeraient alors sur les granules des enveloppes épaisses pouvant créer entre elles des points de contact ou d'adhérence s'opposant à leur liberté de mouvement.

Cette théorie a été discutée de diverses parts en s'appuyant sur le fait que la dimension des granules est toujours très faible par rapport à la distance qui les sépare les uns des autres et que leur immobilisation ne pourrait être obtenue qu'avec un nombre de couches beaucoup plus grand que ce qu'il est possible de concevoir. On peut ajouter également cette objection que, par cette hypothèse, toutes les suspensions colloïdales aqueuses devraient, dans certaines conditions de milieu, devenir thixotropiques et l'on sait qu'il n'en est pas ainsi.

La pectographie des sols d'oxyde de fer m'ayant permis (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1539 et 187, p. 538) de montrer que ces liquides contenaient l'oxyde de fer sous les deux formes distinctes de granules hydrophobes et de colloïde hydrophile et hydraté, et, d'autre part, tous les sols pouvant fournir des effets de thixotropie appartenant à cette même catégorie de sols mixtes, j'ai pensé que la cause du phénomène pouvait être attribuée à la présence de la matière hydrophile qui accompagne les granules du sol.

Si l'on admet que la partie colloïdale hydrophile est constituée par des molécules d'oxyde de fer (par exemple) polymérisées en chaînes, on peut estimer l'ordre de grandeur minimum du degré de polymérisation que devraient avoir ces molécules pour constituer dans toute la masse du sol une sorte de réseau irrégulier, de maille assez fine pour que la tension superficielle à la surface du sol soit un obstacle à la sortie du liquide.

Chaque granule présentant une surface sur laquelle les molécules en chaînes peuvent se fixer par un de leurs pôles, il suffit que la longueur de ces molécules soit de l'ordre de grandeur de la distance qui sépare deux granules pour que l'immobilisation de la masse soit possible.

Supposons donc que le réseau ainsi formé soit simplement cubique : chaque arête a des cubes élémentaires étant commune à quatre cubes, la longueur totale des arêtes d'un réseau formé de N cubes élémentaires sera de $3a$N et la longueur d'arête l par unité de volume du réseau sera $l = 3/a^2$.

En appelant α la longueur de la molécule monomère, p, son poids, n son degré de polymérisation et c la concentration du sol, on trouve

$$n = \sqrt{\frac{3p}{\alpha^3 c}}.$$

Appliquant cette formule à un sol contenant un colloïde hydrophile dont la molécule simple a un poids moléculaire de 100, une concentration de 0,001 (1^g par litre) et $\alpha = 0,5$ mμ, on trouve pour la valeur de n : 45, ce qui correspond à une valeur $a = 22,5$ mμ.

Si l'on rapproche ces nombres de ceux trouvés par Staudinger pour le caoutchouc pour lequel il observe dans certains cas $n = 3000$ et $a = n\alpha = 1\,\mu$, on voit aisément que le réseau moléculaire irrégulier nécessaire à l'immobilisation du liquide pourra être réalisé avec une faible partie seulement du réseau cubique dont il est parlé plus haut.

Ce réseau sera d'ailleurs assez fragile pour que l'agitation de la masse le détruise.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode de synthèse d'aldéhydes aliphatiques α.α-diméthylées de poids moléculaire élevé*. Note de MM. **G. Darzens** et **André Lery**, présentée par M. A. Desgrez.

L'un de nous a publié dernièrement une nouvelle méthode de synthèse glycidique d'aldéhydes basée sur la migration d'un radical R, de poids

moléculaire élevé, au cours de la décomposition pyrogénée d'acides glycidiques trisubstitués (¹).

On peut admettre, dans cette synthèse, qu'il se forme intermédiairement un oxyde d'éthylène par perte de CO^2, et que c'est cet oxyde qui se transforme en aldéhyde comme l'indique le schéma suivant :

$$\underset{\text{(I)}}{\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix}\!\!>\!C\overset{O}{\frown}C(R)-CO^2H} \;\rightarrow\; \underset{\text{(II)}}{\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix}\!\!>\!C\overset{O}{\frown}CH-R} \;\rightarrow\; \underset{\text{(III)}}{R-\overset{R_1}{\underset{R_2}{C}}-COH}$$

Dès lors, il était vraisemblable que les oxydes d'éthylènes du type (II), où R est un radical de poids moléculaire élevé de *nature quelconque*, devaient se transposer de même en aldéhydes de formule (III), d'autant plus que l'on a déjà observé des transpositions de ce genre lorsque le radical R est aromatique (phényl ou anisyl) (²).

Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons entrepris un ensemble de recherches dont nous publions ici les premiers résultats et qui nous a amené à une nouvelle méthode de synthèse d'aldéhydes de poids moléculaire élevé α-diméthyles.

Les oxydes d'éthylènes (II) étant plus difficilement accessibles que les glycols correspondants, nous nous sommes d'abord limité à ces derniers et plus particulièrement à leurs éthers monométhyles de formule (IV) :

$$\underset{\text{(IV)}}{R-\underset{OCH^3}{CH}-\underset{OH}{C}\!\!<\!\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix}} \qquad \underset{\text{(V)}}{\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}\!\!>\!\underset{OH}{C}-\underset{OH^3}{C}-R} \;\rightarrow\; \underset{\text{(VI)}}{R-\overset{CH^3}{\underset{CH^3}{C}}-COH}$$

Dans le présent travail nous nous bornerons à des glycols de formule (V) où les radicaux R_1 et R_2 sont remplacés par le méthyle afin de mieux mettre en évidence l'influence du radical R seul.

Comme on va le voir ces corps se transposent très facilement en aldéhydes

---

(¹) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 884.

(²) M. Tiffeneau, A. Orekow et Mlle J. Lévy, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 977; Tiffeneau et Mlle J. Lévy, *Bulletin Soc. Chim. de France*, 4e série, 39, 1926, p. 763; Tiffeneau et Dorlencourt, *Comptes rendus*, 143, 1906, p. 1244.

de formules (VI) lorsque le radical R est de poids moléculaire assez élevé et il en résulte une méthode très générale pour préparer ces aldéhydes qui sont des acétaldéhydes trisubstituées du type de celles obtenues précédemment par la synthèse glycidique. Lorsque le radical R est de poids moléculaire faible inférieur ou égal à C^5H^{11}, la transposition aldéhydique n'a plus lieu et l'on obtient une cétone comme cela est déjà connu, pour un poids moléculaire moyen on a enfin un mélange d'aldéhyde et de cétone.

Les glycols monométhyles (V) s'obtiennent facilement au départ d'un acide $R-CH^2-CO^2H$ dont on prépare d'abord le dérivé α-bromé; ce dernier, après estérification par l'alcool méthylique, est traité par CH^3-O-Na puis par deux molécules de $Mg{<}^{Br}_{CH^3}$ suivant le schéma :

$$R-\underset{\displaystyle Br}{\underset{|}{CH}}-CO^2CH^3 \rightarrow R-\underset{\displaystyle OCH^3}{\underset{|}{CH}}-CO^2CH^3 \rightarrow R-\underset{\displaystyle OCH^3}{\underset{|}{CH}}-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}{<}^{CH^3}_{CH^3}$$

Toutes ces réactions donnent de bons rendements et l'isomérisation finale en aldéhyde est réalisée, avec un rendement presque théorique par l'acide formique à l'ébullution.

M. D. Bardan, voulant généraliser une méthode de synthèse des aldéhydes de M. Sommelet a déjà préparé des glycols du type (IV) mais, à l'inverse de nous, il s'est adressé à des acides de poids moléculaire faible ($R = CH^3$ ou C^2H^5) sur lesquels il faisait ensuite réagir des grignards de radicaux de poids élevé; dans ces conditions, au lieu d'obtenir notre transposition menant à des aldéhydes, il n'a observé que l'isomérisation en cétone sans migration du radical R [1].

A l'aide de cette méthode, nous avons obtenu les dérivés et aldéhydes suivants :

L'acide stéarique a donné par bromuration l'acide α-bromstéarique distillant à 191-192° sous 3^mm et présentant nettement deux points de fusion comme cela s'observe pour beaucoup de dérivés d'acides gras supérieurs (12° et 30°,5); l'éther méthylique α-méthoxyle correspondant distille à 184-185° et fond à 17°,5 et 34°, le glycol de formule : $C^{16}H^{33}-C(OCH^3)-C(OH)(CH^3)^2$ fond à 0° et 18°; enfin l'aldéhyde α.α-diméthylstéarique distille à 165-177° et fond à 14°,5.

L'acide laurique nous a donné un éther méthylique α-méthoxylé distillant à 124° sous 2^mm, un diméthylglycol correspondant distillant à 134° sous 3^mm, enfin l'aldéhyde α.α-diméthyllaurique distillant à 140° sous 13° déjà préparée par l'un de nous [2].

---

(1) D. Bardan, *Bulletin Soc. Chim.*, 4e série, **49**, 1931, p. 1426.
(2) G. Darzens, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 884.

L'acide cuprique donne un dérivé monobromé dont l'ester méthylique distille à 116° sous 2^{mm}, un ester méthylique monométhyle distillant à 126° sous 15^{mm}, un glycol diméthyle correspondant $C^8H^{17} - CH(OCH^3) - C(OH)(CH^3)^2$ distillant à 112°. Ce dernier, traité à l'ébullition avec deux fois son poids d'acide formique, se transforme dans un mélange renfermant environ 30 pour 100 d'aldéhyde $\alpha.\alpha$-diméthyldécylique et 70 pour 100 d'isopropylcétylcétone.

L'acide œnantique donne un éther méthylique α-méthoxylé distillant à 90° sous 12^{mm}, puis un diméthylglycol correspondant $C^5H^{11} - CH(OCH^3) - C(OH)(CH^3)^2$ distillant à 86° sous 11^{mm}. Ce dernier, traité par l'acide formique, donne exclusivement l'isopropyl-amylcétone.

Nous nous proposons de poursuivre ce travail tant sur les glycols du type IV que sur les oxydes d'éthylène correspondant qui met en évidence l'aptitude migratrice des radicaux aliphatiques de poids moléculaire élevé non encore soupçonnée et comparable à celle du phényle et ses dérivés.

LITHOLOGIE. — *Extension des bauxites à diaspore.*

Note de M. **Jacques de Lapparent**, présentée par M. L. Cayeux.

Sous le nom de bauxites à diaspore j'entends des bauxites qui contiennent, et en quantité, des cristaux du corps AlO^2H, déterminé par les minéralogistes comme diaspore. On sait effectivement qu'il existe aussi dans les bauxites un minéral de même formule que le diaspore, mais qui en diffère par l'architecture, et qu'on nomme boehmite.

J'ai fait connaître naguère que des bauxites se trouvaient en Pays de Fenouillet, dans les Pyrénées-Orientales, et qui sont précisément caractérisées par le diaspore. Elles sont, au point de vue stratigraphique, l'équivalent des bauxites de l'Ariège (antérieures à l'Aptien) que caractérise principalement la boehmite. Mais on trouve déjà parmi ces dernières des types chargés d'une petite quantité de diaspore. On voit alors que ce minéral y est d'une génération postérieure à celle de la boehmite.

On retrouve des bauxites à diaspore dans les gîtes de Catalogne (Espagne).

En Provence, où les bauxites sont d'un âge plus récent que dans les Pyrénées, lorsqu'on trouve ensemble, dans les bauxites, boehmite et diaspore, on voit encore que le diaspore est de la plus ultime génération.

Des bauxites se trouvent en outre dans ces régions plissées, d'âge alpin, connues des géologues sous le nom de Dinarides et d'Hellénides. Dans les

Dinarides, qu'il s'agisse des bauxites de Dalmatie ou de celles d'Herzégovine, l'hydrate d'alumine que l'on reconnaît en ces roches est, avant tout, le trihydrate nommé « gibbsite ». Dans les Hellénides, qui font suite aux Dinarides, mais où les gisements de bauxite sont situés beaucoup plus au Sud, les bauxites sont caractérisées par le diaspore. Certains types arrivent à en contenir jusqu'à 70 pour 100, et le montrent sous forme de cristaux assez développés pour que leurs propriétés puissent être facilement déterminées.

On voit nettement que le diaspore s'est formé, dans ces roches, après l'évolution de leur matière génératrice, soit vers les types rouges, soit vers les types blancs.

Le fait que le temps de la production du diaspore correspond au dernier stade de la diagénèse des matériaux, qui ont donné naissance aux bauxites, nous incite à penser que c'est lors de l'enfouissement le plus profond de celles-ci que le diaspore a dû s'y développer. Le diaspore se serait formé de préférence à la boehmite quand la température se serait élevée.

Les bauxites qui sont essentiellement à diaspore, sans contenir de boehmite, et que nous trouvons, tant en Pays de Fenouillet qu'en Pays grec, semblent témoigner d'un important relèvement des isogéothermes dans ces régions aux temps où des bauxites s'y élaboraient.

Au Crétacé moyen et au début de l'Eocène, des magmas éruptifs, déjà prêts à sortir, réchauffaient en profondeur les terrains immédiatement à l'Est de ce qui devait être les Pyrénées, et là où sont aujourd'hui les terres helléniques et les Cyclades.

GÉOLOGIE. — *Observations sur le Dévonien du nord des Vosges.*
Note de Mme **Élisabeth Jérémine**.

L'étude des roches éruptives et métamorphiques de la feuille au 80 000e de Lunéville m'a montré que la série antépermienne à laquelle M. Jung [1] a donné le nom compréhensif de dévono-dinantien, y est plus développée que l'ancienne édition de cette carte ne l'indique. J'ai découvert, notamment entre Denipaire et Saint-Jean d'Ormont, une petite bande composée de

(1) *Mém. Serv. Carte géol. d'Alsace et de Lorraine*, n° 2, 1928.

schistes micacés, de cornéennes, de conglomérats métamorphisés et de tufs rhyolitiques traversés par quelques filons de microgranite. Une autre bande se rencontre plus au Nord près de la ferme ruinée de Pertuis. Elle est constituée par l'alternance de roches métamorphiques amphiboliques, de schistes micacés, de tufs, coupés également par des filons microgranitiques. Le plongement des couches dévoniennes métamorphiques est très incliné, parfois vertical et la direction très variable, du fait d'un intense plissement. Je considère ces deux bandes comme le prolongement dans la direction SW de la « traînée volcanique du Champ du Feu » (Jung) appartenant au terrain dévono-dinantien. Elles sont pincées dans le granite comme le seraient de très minces synclinaux.

Une petite tache des mêmes terrains métamorphiques se retrouve près de la Petite Fosse un peu en dehors (au sud) de la feuille de Lunéville. Certains lits de ce gisement contiennent en abondance des Radiolaires. Bien que ces organismes ne soient pas des fossiles caractéristiques, leur présence dans cette partie des Vosges est toujours rattachée au Dévonien, ce qui me conduit à conclure que le petit lambeau de la Petite Fosse lui appartient également.

Un autre affleurement très caractéristique de Dévonien métamorphique apparaît près de Belval. Il est visible dans une carrière, à 500^{m} au sud de ce village, sur la route de Vermont. Les couches peu inclinées sont composées de grès, tufs et schistes micacés et recouvertes par le grès permien. Ce Dévonien se relie à l'Ouest, aux roches métamorphiques de même niveau, accompagnées de puissantes coulées rhyolitiques, que l'on trouve près de Chacheux et près de la Rochère, tandis qu'à l'Est, près du Boudimont, il se rapproche du massif dévonien de la vallée de la Bruche.

Dans les schistes et les arkoses de cette région des Vosges on rencontre souvent des lits interstratifiés peu puissants, très siliceux et compacts qui renferment des Radiolaires. Associées aux roches plus ou moins fortement métamorphisées, ces couches siliceuses sont généralement réfractaires au métamorphisme. A Moussey et à la Petite Fosse, les Radiolaires sont transformés en calcédoine et le schiste qui les relie est pauvre en paillettes de biotite. Mais un bel affleurement de schistes plissés, au dessus de Moyenmoutier admet des intercalations de bancs compacts, bruns, riches en Radiolaires et en même temps faiblement affectés par le métamorphisme. Les Radiolaires, eux-mêmes, sont entièrement envahis par une chlorite, par la biotite ou l'albite. Si la formation de la chlorite et de l'albite

peut être expliquée d'une autre façon (¹), les petites lamelles de *biotite* qui remplissent le corps et les pores des Radiolaires sont nettement dues au métamorphisme de contact. Ainsi dans un schiste peu métamorphique, les Radiolaires sont les lieux de concentration du métamorphisme. Souvent même quand le métamorphisme devient plus intense, la structure de ces organismes s'efface et l'on ne voit à leur place qu'une tache microscopique, riche en lamelles de biotite.

J'ai rencontré un autre cas semblable de concentration des minéraux de métamorphisme à la place des squelettes de fossiles dans des calcaires transformés en cornéennes, près de Bonne-Fontaine (NW de Saales). Ces cornéennes, à grain très fin, sont pyroxéniques ou amphiboliques, souvent grenatifères. On n'y trouve aucun fossile discernable à l'œil nu, cependant, en plaque mince, on aperçoit des corps réguliers, ronds, ovales, allongés affectant une apparence de débris organiques fossilisés, voir même les restes d'un tissu réticulaire, plus clairs que le fond, à grain très fin, qui les englobe. Ces débris sont remplis de cristaux de diopside et d'épidote plus largement cristallisés que les mêmes minéraux dans le ciment et entourés d'une auréole épaisse de minéraux de métamorphisme.

Ainsi, dans certains cas, les fossiles peuvent former comme des centres d'élection du métamorphisme de contact.

GÉOLOGIE. — *Sur la subdivision stratigraphique du complexe schisto-grauwackeux des Vosges.* Note de M. **Georges Dubois**, présentée par M. Ch. Barrois.

A la suite de la mise en œuvre de documents paléontologiques les uns déjà connus et revus, les autres découverts et étudiés récemment, l'état de nos connaissances sur la stratigraphie du complexe schisto-grauwackeux des Vosges se précise de la façon suivante :

A. Massif de la Bruche. — Les couches fossilifères guides y sont au nombre de trois.

Eifélien : Grès, poudingues, grauwackes (parfois de type voisin de la grauwacke rhénane) à *Calceola sandalina* Lamk. Les Fosses à Plaine,

---

(¹) J. de Lapparent, *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 802; *C. R. Congr. Soc. Sav.*, 1929, p. 73.

Saulxures, et nombreux autres gisements, rappelés déjà par M. J. Jung (1).

Givétien : Schistes avec lentilles de calcaire souvent bréchiques, dont la traînée la plus nette, déjà décrite par Élie de Beaumont (2), se suit par Russ, Schirmeck, Wackenbach, Framont. Dans les schistes : *Asteroxylon hostimensis* Pot. et Bern (3), dans les calcaires : *Stringocephalus Burtini* Defr.

Viséen : Schistes de Champenay à *Cardiopteris frondosa* Gœpp. et *Sphenopteridium dissectum* Gœpp., Posidonie (4). Des schistes analogues à ceux de Champenay existent à Urmatt au Stiftwald (5).

Ces schistes se parallélisent plus particulièrement avec l'horizon de Sümpfenwalde des schistes à Posidonies de la Mohra en Moravie-Silésie (6), à *Nomismoceras vittiger* Phill. et *Glyphioceras crenistria* Phill., zone IIIα du culm de l'Europe centrale, niveau sensiblement équivalent du marbre noir de Dinant, ou de peu plus élevé.

Pour le moment, aucune donnée paléontologique ni stratigraphique ne permet de rapporter avec certitude soit au Dévonien supérieur, soit au Tournaisien, l'une ou l'autre des autres couches dévono-dinantiennes du massif.

B. Massif des Ballons (abstraction faite des couches dévoniennes du Bois de la Thure, près Chagey) :

Viséen. — Les seuls documents paléontologiques ayant une valeur stratigraphique, signalés dans le massif, se rapportent au Viséen ainsi que vient de le rappeler M. G. Delépine (7). Il ne semble pas d'ailleurs qu'on puisse établir une distinction stratigraphique très importante entre le Viséen à animaux de Bourbach-le-Haut et le Viséen à végétaux de Thann-

---

(1) *Contrib. à la Géol. des Vosges hercyn. d'Alsace. Thèse*, Strasbourg, 1928, p. 247.

(2) *Explication de la Carte géologique de la France*, 1, 1841, p. 322-323.

(3) G. Dubois, *C. R. Soc. Géol. Fr.*, 16, 1932, p. 222-223.

(4) P. Corsin, G. Dubois, L. Guillaume, *C. R. Soc. Géol. Fr.*, n° 7, 1931, p. 84-85; P. Corsin et G Dubois, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1846-1847 ; *Bull. Serv. Carte Géol. Als. Lorr.*, 2, 1932, 4 fig., pl. I-III; en cours publ.

(5) M. Edw. Jung y a recueilli des débris de plantes parmi lesquels *Sph. dissectum* Gœpp.

(6) K. Patteisky, *Die Geologie und Fossilführung der mährisch-schlesischen Dachschiefer- und Grauwacken Formation.* Troppau, 1920, p. 298-303 et 338.

(7) *C. R. Soc. Géol. Fr.*, 16, 1932, p. 217.

Bourbach-le-Bas ([1]) et de Bussang. Il s'agit ici encore de couches sensiblement équivalentes de la partie inférieure des schistes à Posidonies de la Mohra : horizons de Boidensdorf et de Sümpfenwalde ([2]), c'est-à-dire d'un Viséen peu élevé, à *Nomismoceras vittiger* Phill. et *Glyphioceras crenistria* Phill. ou zone IIIα du culm (sans *Gl. falcatum* Roemer et *Gl. striatum* Sow. qui occupent des horizons plus élevés du Viséen ou IIIβ du culm). La présence de Tournaisien n'a été déduite que de considérations pétrographiques et tectoniques.

C. En résumé, sans préjuger de l'extension du Tournaisien, il est établi que, avec ou sans Dévonien moyen, le Viséen (et surtout le Viséen inférieur) tient une place stratigraphique importante dans toutes les Vosges. Dans l'état de nos connaissances, l'histoire sédimentaire du culm vosgien semble d'ailleurs se terminer sensiblement vers le Viséen moyen.

GÉOLOGIE. — *Essai de classification du Miocène supérieur et du Pliocène inférieur de Roumanie. Le bassin dacique.* Note ([3]) de Mlle **S. Gillet**, présentée par M. Ch. Jacob.

Le bassin dacique ([4]) se rattache par ses faciès et par ses faunes aux régions orientales de la mer Noire, constituant ce qu'Andrusow appelle bassin euxin. Nous savons ([5]) qu'au Volhynien (Sarmatique inf.), un lac-mer à faune uniforme s'étendait sur toute l'Europe orientale. Lorsqu'à la fin de cette époque le bassin pannonique se sépare des bassins dacique et euxin, la faune des régions orientales de l'énorme lac-mer se distingue nettement de celle des régions occidentales. Le bassin dacique présente alors uniquement, et jusqu'à la fin de l'époque sarmatique, des faciès et des faunes de type russe.

Au Bessarabien, on retrouve les mêmes horizons que dans le détroit de Kertch. Le plus ancien horizon (sables et grès à *Limnocardium Fittoni*)

([1]) A la Boutique (Bourbach-le-Haut), on trouve mélangés fossiles animaux et restes végétaux.

([2]) K. Patteisky, *loc. cit.*, p. 296-303.

([3]) Séance du 9 janvier 1933.

([4]) Sous le nom de bassin dacique, je désigne, outre les provinces de la vieille Roumanie, la Dobrogea et la Bessarabie. Il faut y rattacher aussi la Serbie orientale et, au début du Sarmatique, la Galicie.

([5]) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 1402-1405.

recouvre le Volhynien dans la région du Vaslui (Moldavie). Le niveau moyen, constitué par des calcaires à Bryozoaires, occupe dans la Bessarabie centrale toute l'étendue de l'étage (calcaires oolithiques à *Nubecularia* de Sinzow). Des lentilles de calcaires oolithiques, signalées par David au-dessus des sables, doivent y correspondre en Moldavie.

Le niveau supérieur (marnes à *Limnocardium Barboti* et *Michailovi*) existe sporadiquement en Moldavie, notamment à Ungheni sur le Pruth. J'ai retrouvé ce niveau en Dobrogea, à la base de la falaise de Balcic. Dans les bancs marneux plus élevés, j'ai recueilli en outre des *Turbo* et des Limnocardiidés de la faune de Chisinau. Le long des Carpathes, le Bessarabien est régressif et représenté par des faciès très divers à faune monotone où dominent *Mactra fabreana* et *M. podolica*.

Le Chersonien, bien représenté dans le bassin euxin et généralement par des calcaires et des argiles à *M. caspia*, est peu développé sur la bordure des Carpathes. Des calcaires à *M. caspia* sont cités sporadiquement dans le district de Prahova et en Olténie; des sables et des grès à *M. cumulata* sont signalés dans la région de Ramnicul-Sarat. En Dobrogea, le sommet des falaises de Balcic est formé de calcaires blancs à *M. podolica* et *M. bulgarica*. On peut l'attribuer au Chersonien, *M. bulgarica* accompagnant généralement *M. caspia* dans les gisements.

Au Méotien, on trouve trois faciès dans les Carpathes, comme en Russie ([1]). Ce sont les grès à *Dosinia exoleta*, les couches à *Helix* et *Unio* et l'horizon à petites Congéries qui se retrouve à la fois dans la Serbie orientale et dans la région de la Caspienne. En Moldavie, le Méotien est constitué par une faune à caractère sarmatique qui rappelle la faune d'Ahtchagyl du Dacien de la Caspienne.

Au Pontien, la communication entre le bassin occidental et les bassins orientaux se rétablit. Il se reforme un immense lac-mer comme au Volhynien, mais à faunes mieux individualisées qu'à cette époque.

Le Pontien du bassin dacique se rattache, comme celui de la Russie, à deux types distincts : celui de Kertch et celui d'Odessa. Le type de Kertch contient, sur la bordure des Carpathes, à peu près la faune des faluns de Kamyschburun, avec à la base des argiles à *Valenciennesia annulata* et *Limnocardium Abichi* et, au sommet, des sables argileux à *Dreissencia* et Limnocardiidés. Le voisinage du bassin pannonique se fait sentir par la présence

([1]) Suivant les auteurs, ces faciès sont superposés ou passent latéralement de l'un à l'autre.

de nombreuses espèces de type occidental, notamment *Congeria rhomboidea*, remplacée dans le détroit de Kertch par *C. subrhomboidea*. La Transylvanie étant émergée, la communication devait se faire par le Banat. C'est pourquoi Laskarew a parlé d'un chenal des Portes de Fer.

Des argiles à *Limnocardium Abichi* et *L. syrmiense*, attribuées au Pontien supérieur, se retrouvent, très réduites, en Dobrogea, sur les bords du Danube. Elles indiquent le rivage sud du lac pontique.

Le type d'Odessa est représenté en Bessarabie, du lac Jalpoug au Dniester, par des calcaires passant par places à des argiles et à des sables. La faune, très monotone, abonde en petits Limnocardiidés. Elle est caractérisée par *Congeria subcarinata*, espèce commune avec les faluns de Kamyschburun et qui manque dans le Pontien des Carpathes. On trouve sporadiquement dans ce dernier [Berca (Buzau), N. de Ramnicul-Sarat, etc.] une faune de petits Limnocardiidés et de petites Dreissencies qui rappelle celle d'Odessa.

Le Moldavien du plateau moldave à *Congeria subcarinata* et fossiles d'eau douce, signalé par David, doit appartenir au Pontien, comme l'a indiqué récemment Krejci.

Au Dacien s'individualisent, dans la région dacique, une série de lacs d'eau presque douce, à faune distincte de celle des régions orientales (faune à Prosodacnes et à Vivipares). Les deux bassins euxin et caspique sont alors distincts. Le régime fluviolacustre s'établit peu à peu en Roumanie vers la fin du Dacien et se continue pendant tout le Pliocène.

GÉOLOGIE. — *Observations géologiques dans le Massif du Djebel Kelti (Maroc espagnol)*. Note de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Ch. Jacob.

Les grands traits de la structure de la dorsale calcaire du Rif espagnol sont connus depuis le Détroit de Gibraltar jusqu'à une dizaine de kilomètres au Sud de Tetuan.

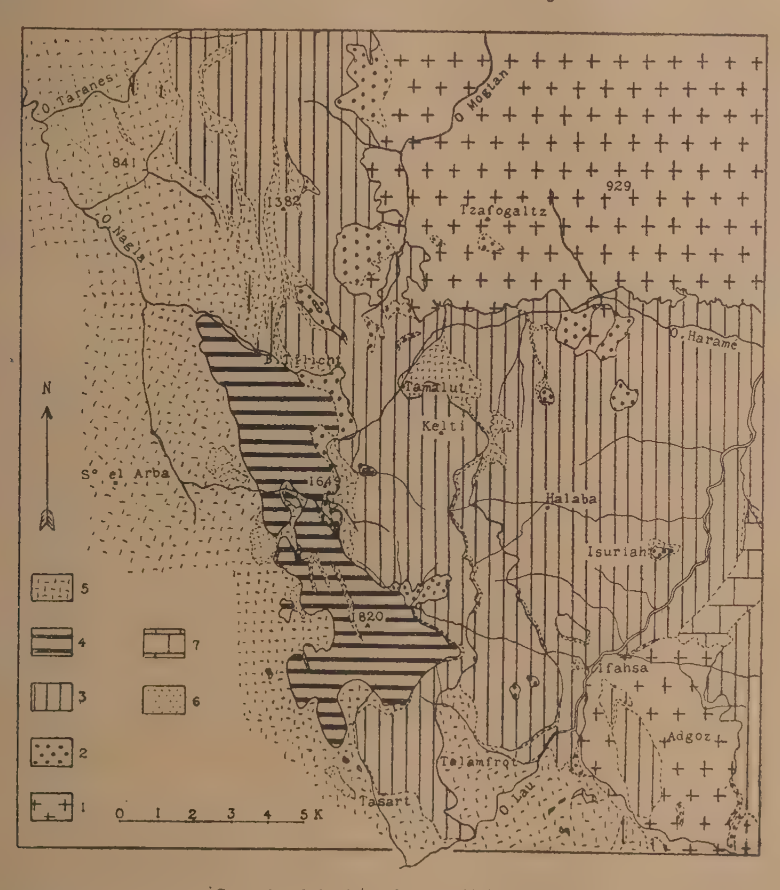
Au Sud de cette ville, on a décrit des plis déversés vers l'extérieur, affectés d'une forte élévation d'axe jusqu'à la Cudia Atba, puis, au Sud de ce point [1], le rétrécissement de la chaîne et l'allure droite de ses plis. Cette année, j'ai pu étudier plus complètement le tronçon de Cudia Atba-

---

[1] *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 466.

Dj. Kelti, grâce à la publication de deux belles feuilles au 1/50000ᵉ de la carte géologique provisoire du Maroc espagnol.

La chaîne calcaire demeure étroite sur un tronçon méridien de 8^{km}, puis s'élargit brusquement à la hauteur du massif du Dj. Kelti.



Croquis géologique du Massif du Kelti.
1, Paléozoïque; 2, Permo-Trias; 3, Dolomies et calcaires (Trias-Lias); 4, Dolomies et calcaires du lambeau de El Babat; 5, Flysch; 6, Grès de l'Algibe; 7, Néogène transgressif.

Au Nord, les plis de calcaires et de dolomie sont droits, aigus et pincent du Flysch. Dans le versant Est de la chaîne, le Paléozoïque, accompagné de Permo-Trias, s'appuie à environ 45° contre le plus interne de ces plis. Au fur et à mesure que l'on gagne vers le Sud, les plis et le Primaire s'inclinent davantage vers l'extérieur de la chaîne. Tournant en même

temps à partir du Dj. Tzafogaltz, ils révèlent dans le Dj. Kelti une poussée vers le Sud-Ouest et une exagération allant jusqu'au charriage.

Le socle du Dj. Kelti montre au Sud-Est de puissantes dolomies en partie triasiques (Halaba), des calcaires du Lias et du Flysch. Cet ensemble est chevauché par une série analogue quoique moins puissante, dont les calcaires forment le sommet du Dj. Kelti (1927^m). Une lame de charriage s'intercale à partir du ravin de Halaba, entre l'autochtone et l'écaille du Kelti. Son front correspond sans doute à l'arête couronnée de Permo-Trias dominant Talamfrot, dont j'ai déjà signalé le chevauchement sur le Flysch. Enfin, sur l'écaille du Dj. Kelti, demeurent des lambeaux de Permo-Trias. Ils se relient au massif du Dj. Izmamen (1820^m) dont la masse dolomitique et calcaire, accompagnée de Permo-Trias à gypse, se poursuit au Nord par la Cudia el Babat (1649^m).

Cette série supérieure passe par-dessus les autres et son front plonge vers et sur le Flysch périphérique avec des pendages qui font croire à une disposition verticale normale des couches; mais l'ensemble des contours et l'intersection de Bab Tilicht ne laissent aucun doute à ce sujet.

L'imbrication du Kelti s'enracine selon l'Oued Haramé sous le Paléozoïque de la zone interne. Elle subit de plus un abaissement axial vers le Nord-Ouest et le Flysch sur lequel elle repose disparaît en profondeur au Nord de Tamalut.

Comme le front des écailles du Kelti est caché sous le lambeau de El Babat, on ne peut encore préciser leur raccord avec les plis droits des abords du Dj. Lenda (1382^m). Deux interprétations sont possibles : ou bien ces écailles diminuent d'ampleur, se redressent et passent aux accidents subverticaux du tronçon septentrional, ou bien l'écaille ennoyée du Kelti, conservant la même ampleur, se prolonge elle-même par le tronçon du Dj. Lenda. Cela impliquerait le charriage de ce tronçon à plis méridiens et par continuité le charriage de la chaîne jusqu'au Sud de Tetuan.

Les motifs anciens d'admettre le caractère autochtone de cette chaîne, vers Tetuan, et la disposition, aux abords du Dj. Lenda, des plis droits de Secondaire qui émergent normalement du Flysch me font admettre pour le moment la première interprétation.

Dans ce cas, l'imbrication du Dj. Delti correspondrait à un chevauchement maximum de $6\text{-}8^{km}$ et le lambeau de El-Babat à un déplacement de $14\text{-}16^{km}$.

GÉOLOGIE. — *Observations au sujet de la tectonique de la partie occidentale de la Nerthe.* Note de **J. Repelin**, présentée par Ch. Jacob.

M. Lutaud et M[lle] Dehorne (¹) ont appelé l'attention sur les complications de la coupe géologique offerte par la tranchée du Chemin de fer P. L. M. au Sud de la gare Martigues-Caronte.

Ils ont admis qu'il y avait là la preuve de recouvrements, qui feraient suite à ceux qui ont été signalés ailleurs dans la Nerthe. L'importance de ce fait serait surtout, à mon avis, qu'il fournirait le moyen de limiter au Nord les masses charriées, ce qui n'avait jamais été fait jusqu'ici.

J'avais admis cette conclusion qui me paraissait vraisemblable, lorsqu'à la suite de recherches d'eaux souterraines pour la Société des Huiles de Pétrole, établie à l'Avera près de Fort-de-Bouc, j'ai eu l'occasion de revoir avec la plus grande attention la tranchée en question. Le croquis relevé par les auteurs de la Note est très exact, sauf les points que je vais préciser.

La succession du Sud au Nord comporte, comme ils l'indiquent, depuis le pont du chemin de fer, un affleurement urgonien présentant une petite faille sans importance, puis un ensemble comprenant des calcaires à silex, des calcaires bleutés identiques à ceux des environs de la Mède et enfin des assises marneuses en petits bancs, le tout présentant les caractères typiques de l'Aptien inférieur et moyen ; quelques traces de fossiles ne permettent pas de douter de l'âge aptien de cet ensemble. Ce terrain, comme l'indique le croquis, est relevé jusqu'à la verticale et même déjeté vers le Nord. Il en est de même du Cénomanien qui fait suite ; mais il n'y a ni Turonien, ni Urgonien, entre l'Aptien et le Cénomanien. Les bancs calcaires que l'on rencontre au contact de l'Aptien doivent être rapportés au Cénomanien inférieur dont ils ont tous les caractères. Le Turonien dans cette région est gréseux, jaunâtre, et l'on n'y trouve jamais de calcaire blanc compact comparable à l'Urgonien. Ces bancs pourraient à la rigueur être confondus avec l'Urgonien pour leur faciès coralligène, mais ils se relient avec des bancs cénomaniens incontestables et d'ailleurs ils sont concordants avec le reste de la série cénomanienne supérieure. Le Turonien jaunâtre n'a pas un plongement différent de celui de l'Aptien et du Cénomanien. Il est vertical et en certains points déversé vers le Nord comme l'Aptien de la tranchée.

(¹) *Comptes rendus*, 167, 1918, p. 28 à 31, 1 figure.

L'affleurement aptien est en continuité avec celui de Gueule d'Enfer. Très développé dans la tranchée et dans la plaine voisine de Camilliéri, il disparaît aussi bien à l'Est qu'à l'Ouest, coincé entre l'Urgonien et le Cénomanien, si bien qu'il est complètement masqué en surface. Le même fait se présente dans cette région pour les parties marneuses du Turonien, de l'Hauterivien, du Valanginien. Elles sont en général laminées et réduites à une faible épaisseur, quand elles ne disparaissent pas.

Entre l'Urgonien et le Cénomanien les bancs aptiens supérieurs verticaux plongent incontestablement sous le Cénomanien vertical et les bancs inférieurs moins relevés sont concordants sur l'Urgonien. *La série est accidentée, mais en succession normale, et il n'est pas possible de voir dans ces accidents la preuve de l'existence d'une nappe.*

J'ai la conviction que les recouvrements de la Nerthe que j'ai suivis avec le plus grand soin ne s'observent que dans la partie située au Sud de la dépression de Saint-Pierre (1).

J'ai précisé dans une récente publication (2) que, contrairement à ce que j'avais pensé d'abord, il n'y a eu dans la chaîne de la Nerthe, comme dans l'Étoile, qu'une seule nappe. On trouve dans les deux chaînons, en faisant des coupes Nord-Sud, une série en ordre normal, une autre renversée ou fortement relevée et entre les deux une zone d'effondrement. La partie qui nous intéresse ici ne ferait pas exception et la zone d'effondrement pourrait bien être masquée par le Tertiaire de la dépression de Saint-Pierre.

GÉOLOGIE. — *Sur le passage latéral du Crétacé à faciès dit wealdien de la province de Burgos au Crétacé inférieur marin des provinces cantabriques.* Note de M. **Raymond Ciry**, présentée par M. Ch. Jacob.

Dans la partie de la province de Burgos à l'Ouest du méridien de Poza de la Sal, le Crétacé inférieur est constitué exclusivement par un puissant complexe de poudingues, de grès siliceux aux couleurs variées, de sables et de schistes argileux, avec, par place, des lentilles de calcaire lacustre et des couches ligniteuses. Reposant en discordance sur du Bathonien, cette

---

(1) Voir la *Feuille géologique d'Arles* au 1/80000e et *Bull. Sc. Géol. Fr.*, 3e série, 28, 1900, p. 236-263.

(2) *Description géologique succincte du département des Bouches-du-Rhône*, Marseille, 1930, p. 240 et suiv.

formation passe insensiblement vers le haut à des grès à Ostracés ou à Orbitolines du Cénomanien.

Les documents paléontologiques y sont rares. Seuls les niveaux calcaires m'ont fourni quelques Gastéropodes lacustres mal conservés ; aussi l'âge de ces dépôts restait-il imprécis. On savait seulement que, dans leur prolongement vers l'Est, dans la province de Logroño, P. Palacios et R. Sanchez ont recueilli une faune d'eau douce wealdienne.

Le passage de ces dépôts aux formations marines bien datées du Crétacé inférieur de la province de Santander m'a permis de fixer leur place exacte dans la série stratigraphique.

La région la plus méridionale où affleure le Crétacé inférieur à faciès cantabrique est située à la limite des provinces de Burgos et de Santander, au Nord-Ouest d'Espinosa de los Monteros. M. Mengaud [1] en a partiellement étudié la constitution, sur le versant atlantique du Col de las Estacas de Trueba. En ce point, au-dessus d'une puissante série gréseuse, dont la partie inférieure lui a fourni, près de Vega de Paz, des Paludines wealdiennes, il a observé successivement :

a. Premier niveau argilo-gréseux à Orbitolines (*O. conoidea-discoidea*).

b. Grès stériles.

c. Première barre marno-calcaire à Réquiénidés et Polypiers, d'une épaisseur de 8 à 10m.

d. Série argilo-gréseuse sans fossiles.

e. Deuxième niveau à Orbitolines (formes voisines des Orbitolines de la Chartreuse).

f. Deuxième barre calcaire, plus épaisse que la première et très riche en *Pseudotoucasia santanderensis*, *Polyconites Verneuili* et Polypiers.

g. Grès micacés (cayuelas) stériles, affleurant au niveau du Col.

J'ai retrouvé ces divers niveaux au Nord-Est du Col, sur le versant septentrional du Castro de Valnera, ainsi qu'au Sud-Ouest, où une faille les a remontés d'environ 50m.

Mais la série ne se limite pas à ces assises. L'étude du massif du Castro et de la vallée du Rio Trueba m'a montré qu'au-dessus des cayuelas du Col, il existe :

h. Des marnes de couleur noire ou gris foncé, tantôt feuilletées, tantôt compactes, d'une épaisseur d'environ 200m, et dans lesquelles j'ai recueilli des restes de *Douvilleiceras* ainsi que : *Neohibolites aptiensis*, *Plicatula placunea* mut. *radiola*, *Exogyra latissima* et en abondance, à leur partie supérieure, des Orbitolines.

---

(1) *Recherches géologiques dans la région cantabrique*, Thèse, Paris, 1920, p. 112.

Ces marnes sont à ranger dans le Bedoulien supérieur.

i. Une série de composition variable suivant les points, comportant surtout des assises gréseuses, mais aussi quelques bancs de calcaire gréseux. Les Orbitolines y sont abondantes dans différents niveaux.

j. Deux masses de calcaire à Rudistes de plus de 100^{m} d'épaisseur chacune, séparées par des grès d'une puissance au moins égale. La masse inférieure forme les grands entablements du Castro de Valnera et m'a donné, vers le sommet, de beaux échantillons de *Pseudotoucasia santanderensis* et de *Polyconites Verneuilli*. La masse supérieure affleure au Sud-Est de la précédente; elle traverse la vallée du Rio Trueba à la hauteur du hameau de Las Machoras. Ici encore, les Orbitolines abondent à différents niveaux. J'attribue cet ensemble au Gargasien.

k. Un puissant complexe argilo-gréseux, très voisin de constitution des dépôts à faciès wealdien de la base. Il passe à sa partie supérieure, près d'Espinosa de los Monteros, à des grès à grandes Orbitolines (*O. aperta*) du Cénomanien. Stratigraphiquement, il correspond aux couches gréseuses sus-aptiennes de la province de Santander, que M. Mengaud a rapportées à l'Albien.

Vers l'Ouest, ces divers niveaux s'amincissent et passent par indentation à des grès à faciès wealdien, dans lesquels ils s'éteignent complètement.

Les niveaux inférieurs *a*, *c*, *e*, *f* disparaissent les premiers, à faible distance du Col de las Estacas de Trueba. Les marnes à *Douvilleiceras* persistent plus longtemps; elles se retrouvent encore sur les pentes Nord du Pic de la Engaña, mais pas au delà. Les calcaires à Rudistes, notamment ceux de Las Machoras s'amincissent rapidement, et déjà sur le versant méridional de la vallée du Rio Trueba présentent de nombreuses intercalations gréseuses. Au Sud et au Sud-Ouest du Pic de la Engaña dont ils forment le sommet, ces calcaires ne subsistent plus que sous la forme de lentilles intercalées dans des grès, et dont la plus occidentale est située près de Robredo de las Pueblas, au kilomètre 209 de la voie ferrée de La Robla. Suivant le méridien du Col de l'Escudo, à moins de 15^{km} à vol d'oiseau du Col de las Estacas de Trueba, toute trace de ces calcaires et des marnes noires sous-jacentes a disparu. La route de Vega de Paz à Cabañas de Virtus traverse exclusivement une puissante et monotone série de grès à faciès wealdien.

Vers l'Est par contre, l'étude de ces mêmes niveaux montre un beau développement des calcaires à Rudistes, en particulier des Calcaires de Las Machoras. On observe de plus, dans la haute vallée du rio Gandara, le passage de la série sus-aptienne *k* à des marnes noires, probablement albiennes, du type de celles de Bilbao.

En résumé, *la région de la haute vallée du Rio Trueba et des massifs du Castro de Valnera et de la Engaña montre une série mixte*. Celle-ci comporte: à sa base des grès à faciès wealdien, puis des calcaires urgoniens accompagnés de niveaux à Orbitolines; enfin, à sa partie supérieure, de nouveaux grès à faciès wealdien, surmontée eux-mêmes de Cénomanien à grandes Orbitolines.

Vers l'Ouest toute la série prend jusqu'au Cénomanien exclus, le faciès wealdien. Vers l'Est au contraire, le caractère marin s'accentuant, *le faciès wealdien ne subsiste plus que sous les dépôts urgoniens, tandis qu'au-dessus s'introduisent progressivement des marnes noires, albiennes* (?), *qui passent à celles de Bilbao.*

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Jurassique moyen (Dogger) dans la Nappe de l'Ubaye au Nord de la vallée de Barcelonnette (Alpes françaises).* Note de M. **D. Schneegans**, présentée par M. Ch. Jacob.

Au Sud de la vallée de Barcelonnette, Mme Y. Gubler a décrit plusieurs affleurements fossilifères de Bathonien, dans la Nappe de l'Ubaye. Dans le Massif du Morgon, par contre, le Dogger n'avait pas encore été signalé jusqu'à présent. Au cours de mes recherches dans cette portion de la Nappe de l'Ubaye, j'ai reconnu un ensemble de calcaires et de brèches du Dogger, dont j'ai pu préciser la stratigraphie.

J'avais observé, lors de mes premières courses, deux séries de calcaires oolithiques gris, séparées par une brèche bathonienne à *Rhynchonella Hopkinsi* M'Coy. Dans mes dernières explorations, j'ai pu établir que les calcaires oolithiques inférieurs devaient être rapportés au Bajocien inférieur, tandis que ceux du sommet, débutant par un faciès de transgression, appartiennent au Bathonien.

Dans les écailles inférieures du Morgon, celles qui dominent Champcontier et Costeplane, les calcaires bajociens seuls existent. Au-dessus des calcaires marneux de l'Aalénien (s. str.), qui appartiennent lithologiquement au Lias, vient un banc de 5^{m} d'épaisseur d'un calcaire gris, par places oolithique, dans lequel j'ai trouvé, à l'Ouest du chemin de Campcontier au Vallon, vers 1400^{m} d'altitude, un niveau à fossiles silicifiés. Parmi les Ammonites qui abondent dans ce gisement, j'ai recueilli entre autres : *Sonninea propinquans* Bayle, *S. subspinosa* Buckm., *Graphoceras limitatum* Buckm., *Braunsina futilis* Buckm., *Haplopleuroceras mundum* Buckm. Cette faune contient à la fois des espèces de la zone à *H. concavum* de l'Aalénien supérieur et d'autres de la couche à *Witchellia* du Bajocien inférieur. Ce niveau n'était pas connu jusqu'à présent dans les zones internes des Alpes françaises. J'ai retrouvé plusieurs gisements de ce lit fossilifère contenant des Polypiers, des Hydrozoaires, des Crinoïdes (*Apiocrinus*) et quelques Lamellibranches. Dans les écailles du Plateau du Morgon entre la Gourette et le Lac du Morgon, j'ai rapporté au Bajocien

les calcaires oolithiques inférieurs, qui sont généralement dépourvus de fossiles. Le sommet de ces calcaires est marqué par un *hard ground* ou une surface d'émersion. Tandis que dans les écailles de Champcontier, j'ai observé une lacune stratigraphique correspondant au Bajocien moyen et supérieur ainsi qu'à tout le Bathonien, les écailles supérieures et la base de la partie frontale du Morgon offrent un beau développement de ce dernier terrain.

Une brèche de teinte rousse à grosses Rhynchonelles, identique à celle que Mme Gubler m'a montrée dans les environs du Lac d'Allos, existe dans les écailles du Trou du Duc et celles qui s'échelonnent entre le Vallon et le Pic des Chalanches. Elle contient *Rhynchonella Hopkinsi* M'Coy, *R. decorata* Schlot, *R. sublacunosa* Szaj., *R. Bradfordiana* Rol., *R. plicatilis* Szaj. non Sow., *Pteroperna costulata* Sow., *Pecten lens* Sow., etc. Sur le versant droit du Ravin de l'Enfer, non loin des chalets de la Gourette, j'ai trouvé des schistes charbonneux présentant le faciès et la faune des couches à *Mytilus* des Alpes vaudoises. J'y ai recueilli de nombreux échantillons de *Mytilus imbricatus* Sow. ainsi que *M.* cf. *laitmairensis* de Lor., *Pecten lens* Sow., *Ceromya wimmisensis* Gill. var. *obtusa* Gerb., *Nerinea bathonica* var. *scalariformis* Cossm., *Sphæriola Madridi* d'Arch, etc. Ce niveau, qui caractérise le Bathonien inférieur et moyen, passe latéralement aux brèches à Rhynchonelles. Au-dessus de ces dernières viennent les calcaires oolithiques supérieurs avec 20 à 30^m^ de puissance, dans lesquels les fossiles sont très rares. Le sommet de l'escarpement rocheux que forment ces calcaires est occupé par des calcaires marneux gris ou noirs qui m'ont fourni, dans trois gisements (arête Nord-Est du Morgon, Nord-Est du Vallon, bassin supérieur du torrent de la Blache), la faune que Mme Gubler a découverte dans l'arête des Graux, près du Lac d'Allos, et qu'elle a attribuée au Callovien inférieur. A côté de plusieurs *Perisphinctes*, *Phylloceras* et de *Hecticoceras retrocostatum* de Gros, j'ai recueilli *Œcotraustes serrigerus* Waag et *Stepheoceras Ymir* Opp., espèces caractéristiques du Bathonien. Il s'agit certainement d'un dépôt contemporain du niveau à *H. retrocostatum* de Lissajous (Bathonien supérieur). Au Nord-Est du Vallon, comme dans l'arête des Graux, j'ai pu reconnaître, au-dessus de la couche à Ammonites, un horizon à *Ctenostreon Hecton* d'Orb. J'ai suivi les affleurements de calcaires du Dogger dans la cicatrice de Jausiers et dans celle de l'Escouréous, jusqu'au-dessus des Orres. Dans le pli couché du Caire, le Dogger tout entier se présente sous un faciès bréchique. Dans toutes les écailles du Massif du Morgon, comme

celles du Vallon d'Ancelle récemment découvertes par MM. Gignoux et Moret, le Dogger est recouvert par les schistes calcaires à *Cancellophycus* qui annoncent le retour d'une sédimentation vaseuse en marge du géosynclinal dauphinois.

GÉOLOGIE. — *Existence du Géorgien dans les Monts de Lacaune.* Note de M. **Marcel Thoral**, présentée par M. Ch. Jacob.

Depuis les travaux de Bergeron, les géologues désignent sous le nom de Montagne-Noire le vaste anticlinorium de terrains paléozoïques situé au Sud du Massif central. Les Monts de Lacaune en forment la partie Nord-Est. Sur le versant méridional de la Montagne Noire s'observe la série complète des terrains primaires, du Cambrien au Permien ; seul le Westphalien manque. Sur le versant septentrional ne sont connus, à ce jour, que le Cambrien, l'Ordovicien inférieur, le Gothlandien, le Stéphanien et le Permien.

La découverte de Trilobites (¹) des genres *Olenopsis* et *Blayacina* dans les Grès de Marcory a apporté la preuve paléontologique de l'existence du Géorgien sur le versant méridional de la Montagne Noire et confirmé l'âge acadien inférieur attribué aux calcaires à *Archæocyathus* qui les surmontent.

Dans les Monts de Lacaune, la présence du Géorgien à la base de la série paléozoïque était pressentie mais non démontrée : M. Albert Michel-Lévy (²) a signalé, au Col de Layrac, des arkoses qui « rappellent les arkoses géorgiennes de Marcory » ; moi-même (³), j'ai indiqué l'existence de grès analogues.

Mes recherches en 1932 me permettent d'affirmer l'existence du Géorgien fossilifère dans les Monts de Lacaune.

Près de Mélagues, Aveyron (Sud de la Feuille de Saint-Affrique), on observe une puissante série de calcaires dolomitiques, reposant en concordance sur des grès arkosiques et constituant, notamment, la colline cotée 886 au Nord-Est de Mélagues.

L'âge acadien inférieur des calcaires est certain ; au toit de la formation,

---

(¹) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1250; et *B. S. G. F.*, 5e série, 1, 1931, p. 517.
(²) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1366.
(³) *Ibid.*, 194, 1932, p. 1671.

ils passent à des calcschistes à amandes calcaires renfermant une riche faune (Thoral, *loc. cit.*) caractérisée par *Paradoxides mediterraneus*, *Conocoryphe Heberti*, *Acrothele Bergeroni*, etc. Dans les calcaires dolomitiques, se voient de nombreuses cavités coniques qui correspondent vraisemblablement à des moules externes d'*Archæocyathus*; d'ailleurs, entre le Fau et Albes (Feuille de Bédarieux), j'ai recueilli des *Coscinocyathus* voisins de ceux que G. Bornemann [1] a décrits de Sardaigne.

Sur le flanc Nord de 886, on observe la succession suivante, au contact des calcaires et arkoses :

1. Dolomies grises en bancs épais.
2. Calcaires dolomitiques en petits lits de 2 à 3^{cm}.
3. Grès siliceux brun violacé (5^{cm}), puis brun rouille (50^{cm}).
4. Calcaire dolomitique (20 à 30^{cm}).
5. Grès violacé (10 à 16^{cm}), puis arkoses gris rosé, piquetées de taches limonitiques (2 à 5^{m}).
6. Grès verts, fins, de plus en plus micacés à mesure qu'on s'éloigne des calcaires.

Les grès 5 sont identiques d'aspect aux grès de Marcory; en plaque mince, on y voit les mêmes éléments : grains de quartz, feldspaths clastiques assez abondants (oligoclase, microline), mica détitrique (rare), limonite abondante en traînées irrégulières, enfin un peu de ciment phylliteux.

Ces arkoses sont fossilifères. J'ai découvert, sur la coupe même ci-dessus, des débris de plèvres de Trilobite. Plus au Sud, sur le chemin de Méjanel, j'ai recueilli une tête de Trilobite identique à celle de *O. Thorali* du Pardailhan. De même que sur le versant méridional, les fossiles se rencontrent au toit de la formation gréseuse; ils sont à l'état de moules internes et externes, saupoudrés de terre limonitique; lorsqu'ils ont disparu par altération, la roche est trouée.

L'existence du Géorgien dans les Monts de Lacaune est donc prouvée tant par la Stratigraphie que par la Paléontologie.

Des arkoses analogues se retrouvent sous les calcaires de la falaise du Moulin d'Olquets et au Nord du Fau; mais je n'ai pu y découvrir de fossiles. Je les range cependant dans le Géorgien car, comme à Mélagues, elles sont subordonnées aux calcaires de l'Acadien inférieur. Il en est de même pour celles signalées par M. Michel-Lévy (*loc. cit.*) au Col du Layrac.

---

(1) *Nova Act. Kais. Léop. Carol. deutsch. Akad. Naturf.* Halle, 51, 148 p., 33 pl., 1886; 56, p. 428-528, pl. XIX-XXVIII, 1891.

Elles sont surmontées par des calcaires à *Archæocyathus*, et de plus, entre les fermes de Marcou et du Gasquet, j'ai découvert dans ces calcaires de petits fossiles : *Hyolithes* sp., *Volborthella ?* et de minuscules Brachiopodes.

En résumé, les calcaires dolomitiques de l'Acadien inférieur qui constituent l'ossature des Monts de Lacaune renferment une faune comparable à celle bien connue des calcaires à *Archæocyathus* de Sardaigne. *Ils reposent en concordance sur des arkoses ferrugineuses à Olenopsis d'âge géorgien.*

L'identité de faciès des dépôts cambriens sur les deux versants de la Montagne Noire est donc complète.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Relation entre les variations diurnes du courant tellurique et du champ magnétique terrestre.* Note (1) de M. **David Stenquist**, présentée par M. H. Deslandres.

En employant les observations de Sodankyla, de Lund, de Paris, de Tortosa et de Batavia (2), j'ai dessiné les courbes de la figure 1 qui donnent les variations ΔN et ΔE du courant tellurique pendant les jours calmes. A peu près à midi, $\Delta N = 0$ (plus tôt, $\Delta N < 0$; plus tard, $\Delta N > 0$). A midi, $\Delta E < 0$ pour Sodankyla, Lund et Paris; $\Delta E > 0$, au contraire, pour Tortosa et Batavia. Par conséquent, un pôle Nord de la variation diurne est à midi entre les latitudes de Paris et de Tortosa à un point $\Delta N = 0$ et $\Delta E = 0$.

Ce pôle Nord se montre plus nettement sur la figure 2; à la partie supérieure, la courbe qui donne arc tang $\Delta N/\Delta E$ en fonction de l'heure, montre les directions du courant tellurique. Si l'on compare cette figure à celle qui donne la variation diurne du magnétisme terrestre (ΔZ) pendant les jours calmes, d'après Chapman (3), on voit directement la ressemblance. Le pôle Nord de la variation diurne du magnétisme coïncide à peu près avec le pôle Nord de la variation diurne du courant tellurique. Les deux tourbillons ont le même axe et la même direction de rotation.

---

(1) Séance du 9 janvier 1933.

(2) Stenquist, *Terr. Magn.*, 1931, p. 105; Rougerie, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1465; *Boll. Obs. Ebro*, Volume entier de 1921; Van Bemmelen, *Proc. Akad. d. wan Wetenschappen*, Amsterdam, 1908, p. 242, 512, 782.

(3) Nippoldt, Karanen, Schweidler, *Einführung in der Geophysik*, **2**, p. 114, fig. 55. Berlin, 1929.

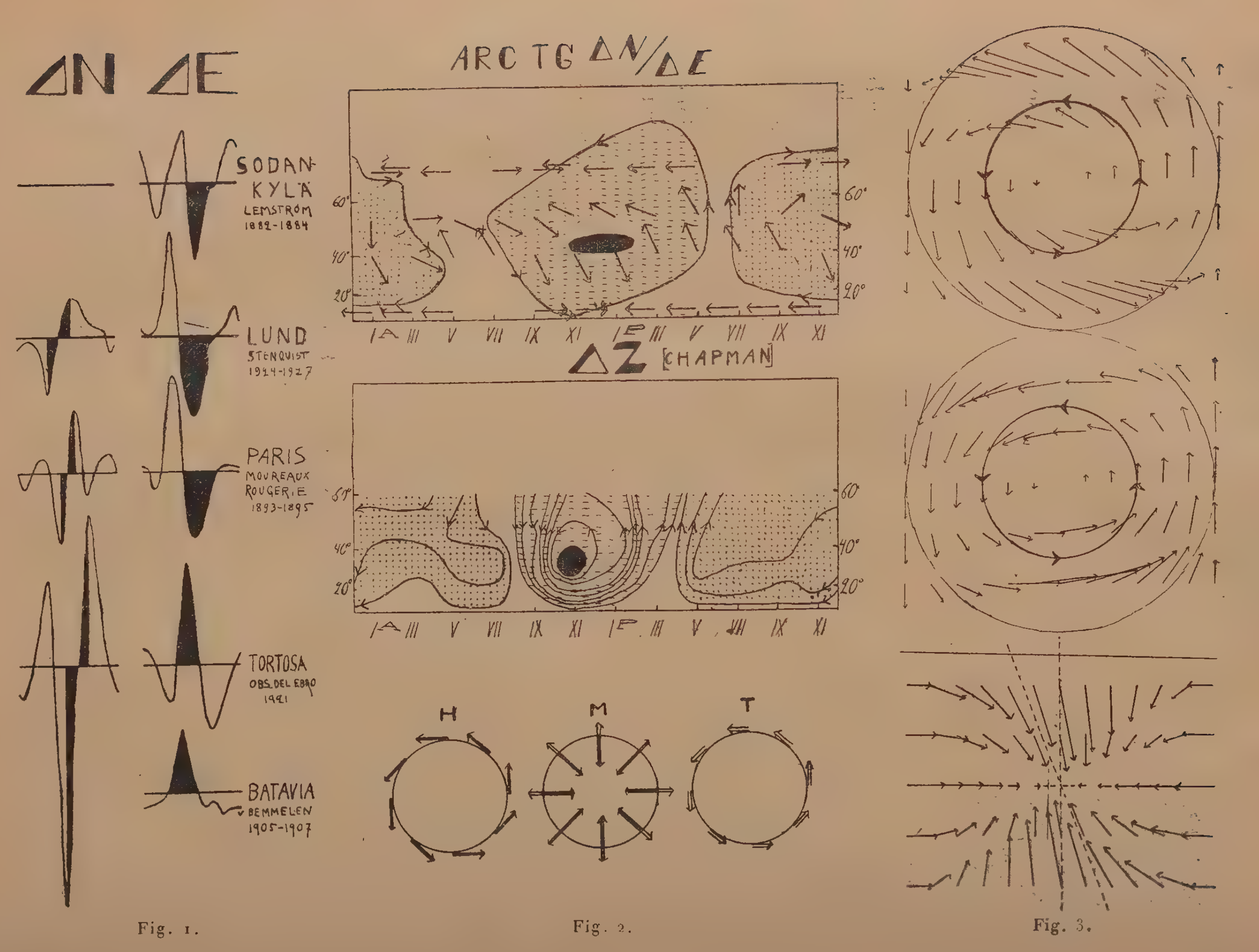


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Si le point ($\varphi = \varphi'$, $\lambda = \lambda'$), où l'axe commun coupe la surface de la Terre, est l'origine d'un système de coordonnées, avec des axes le long des lignes de longitude et de latitude, on a : $\varphi > \varphi'$: $\Delta X < 0$, $-\Delta X$ max. pour $\lambda = \lambda'$, $\Delta E < 0$, $-\Delta E$ max. pour $\lambda = \lambda'$; $\varphi < \varphi'$: $\Delta X > 0$, ΔX max. pour $\lambda = \lambda'$, $\Delta E > 0$, ΔE max. pour $\lambda = \lambda'$; $\lambda > \lambda'$: $\Delta Y < 0$, $\Delta N > 0$; $\lambda < \lambda'$: $\Delta Y > 0$, $\Delta N < 0$.

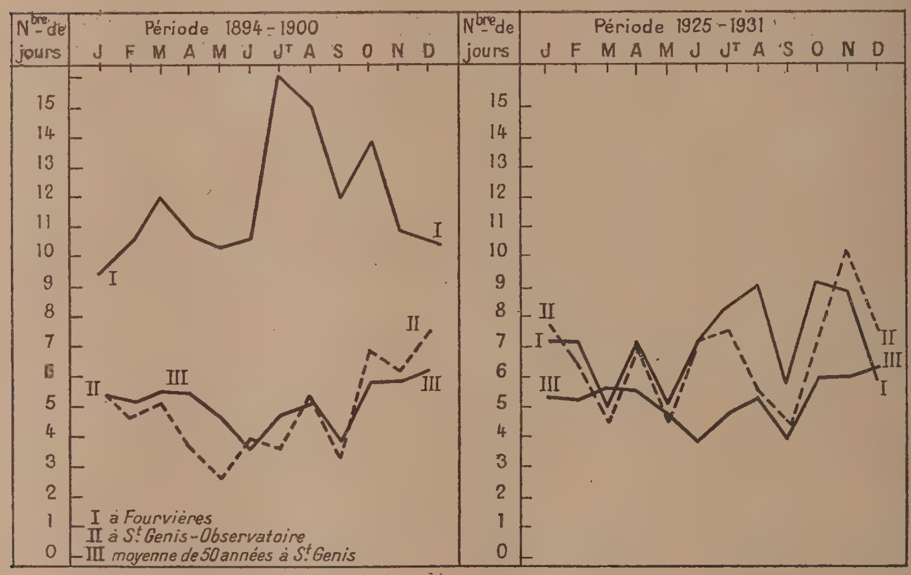
Quoique le vecteur de la variation diurne du magnétisme terrestre soit perpendiculaire à la direction du courant tellurique, la loi d'Ampère ne s'applique pas. La direction est exacte, mais le sens est l'inverse de ce qu'il devrait être. Le courant tellurique diminue un peu le vecteur magnétique et les courants qui sont la cause du vecteur magnétique sont situés au-dessus des aiguilles magnétiques. A la partie inférieure de la figure 2, la figure H représente les courants dans les couches de Heaviside; T représente les courants telluriques et M les forces magnétiques. Les courants dans les couches d'Heaviside dominent pendant les jours calmes, et les aiguilles magnétiques dévient, en vertu de la loi d'Ampère, dans la direction que ces courants demandent. Il en est autrement pendant les orages magnétiques. Alors les courants telluriques dominent et les aiguilles magnétiques dévient, en vertu de la loi d'Ampère, dans la direction que ces courants inférieurs demandent (Airy, 1868; J. Bosler, 1912).

ΔE, ΔN, ΔX et ΔY n'ont pas toujours les zéros et les maxima qu'on a supposés plus haut (Steiner, 1908). La figure 3 représente un autre cas. La partie supérieure représente le tourbillon du courant tellurique et les deux autres le tourbillon magnétique. Dans chaque tourbillon sont tracées cinq lignes de latitudes équidistantes. Pour ce qui concerne l'origine (le centre du tourbillon) on a : $\Delta N = c\Delta Y$, $\Delta E = \Delta X = 0$. Pour les lignes les plus extérieures $\Delta N = cd(\Delta Y)/d\lambda$, $\Delta E = c_{11}\Delta X$. Pour les deux lignes intermédiaires, la différence de phase entre ΔN et ΔY égale 45° et $\Delta E = c_{111}\Delta X$. Dans ce cas aussi, le tourbillon du courant tellurique et le tourbillon magnétique ont même direction de rotation.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la transparence de l'atmosphère dans la région lyonnaise : la visibilité des Alpes.* Note [1] de M. **Ph. Flajolet**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note récente, M. André Allix, discutant des observations de la visibilité des Alpes faites à l'Observatoire de Fourvière, conclut à un obscurcissement progressif de l'atmosphère lyonnaise depuis 30 ans [2].

Il est intéressant de comparer aux observations de Fourvière celles de



Visibilité moyenne des Alpes

Fig. 1.

l'Observatoire de Saint-Genis-Laval, faites à la même altitude, 8km environ plus au Sud.

Les courbes I et II de la figure 1 représentent la fréquence des cas de visibilité des Alpes, notées respectivement à Fourvière et à Saint-Genis-Laval, pendant les deux périodes 1894-1900 et 1925-1931, seules retenues par M. Allix. Pour la période la plus récente, les graphiques relatifs aux deux

(1) Séance du 9 janvier 1933.

(2) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1301.

stations diffèrent très peu. Bien que les Alpes soient vues de Saint-Genis-Laval plus dégagées des fumées de l'agglomération lyonnaise, la concordance est excellente, surtout pendant les mois d'hiver.

Pour la période la plus ancienne, au contraire, les cas de visibilité notés à Fourvière sont deux à trois fois plus nombreux qu'à Saint-Genis. Il est probable qu'à cette époque les observations n'étaient pas faites dans des conditions comparables aux deux stations (1). A Saint-Genis, les observations, faites depuis le début à des heures fixes, en même temps que les

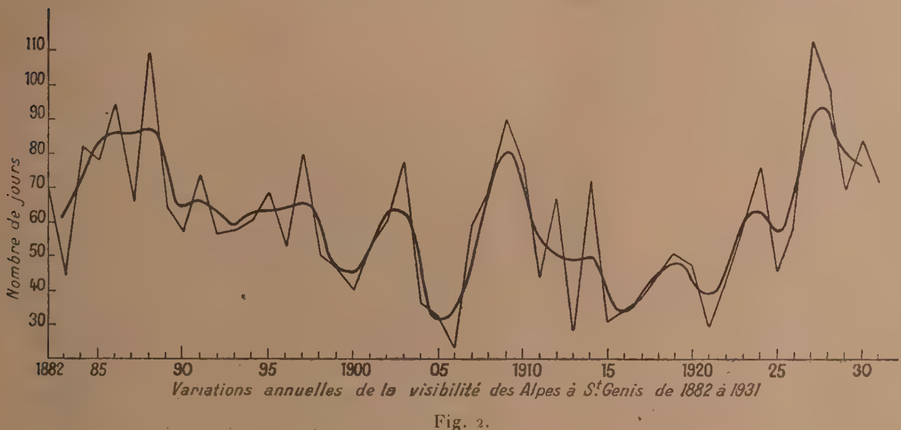


Fig. 2.

observations météorologiques courantes, offrent de sérieuses garanties d'homogénéité.

Les courbes III de la même figure représentent la moyenne mensuelle des fréquences observées à Saint-Genis pendant cinquante années consécutives (de 1882 à 1931). Elle indique une variation saisonnière analogue à celle que M. P. Chofardet a constatée à Besançon (2). On remarquera que la visibilité notée à Saint-Genis de 1894 à 1900 diffère peu de la valeur moyenne tandis que de 1925 à 1931 elle est nettement supérieure à celle-ci. Ainsi, si l'on s'en tenait aux deux périodes de 7 ans envisagées par M. Allix, on conclurait, d'après les observations de Saint-Genis, à une augmentation de la transparence atmosphérique.

Il convient en réalité d'examiner la série entière des observations effec-

(1) On arriverait par exemple à des fréquences beaucoup plus élevées en notant la visibilité avant le lever du Soleil.

(2) *Bulletins météorologiques*, 43 à 47 : années 1927 à 1931. Besançon, 1932.

tuées depuis 50 ans. La figure 2 représente la fréquence annuelle des cas de visibilité notés à Saint-Genis de 1882 à 1931. Elle varie d'une manière assez irrégulière d'une année à l'autre, mais il est impossible de conclure, d'après cette courbe, soit à un éclaircissement soit à un obscurcissement progressif de l'atmosphère de la région.

Au surplus, la visibilité des Alpes ne paraît guère susceptible d'être influencée par l'abondance plus ou moins grande des fumées. Le plus souvent, les Alpes sont visibles de Lyon lorsque le vent du Sud balaie la vallée du Rhône et nettoie l'atmosphère en entraînant poussières et fumées.

BOTANIQUE. — *Action indirecte des traumatismes sur l'évolution de l'appareil conducteur.* Note de Mlle **Madeleine Fourcroy**, présentée par M. Molliard.

Les lésions de la racine, accidentelles ou provoquées, ont déjà été l'objet d'un certain nombre de Mémoires. En particulier, A. Dauphiné[1] a montré que la connaissance des lois de l'évolution vasculaire permet une interprétation rationnelle des anomalies : en règle générale, les traumatismes du méristème terminal provoquent des phénomènes d'accélération précise dans l'évolution des éléments vasculaires. Lorsque le traumatisme, plus ou moins directement, intéresse l'appareil conducteur, une racine ne présente jamais la même structure qu'une racine normale de même âge, considérée à un niveau comparable : elle en diffère soit par un développement plus rapide des éléments du xylème, toutes les phases évolutives étant représentées, soit par une suppression de certaines de ces phases accompagnée de la différenciation d'éléments qui seraient apparus plus tard dans une évolution normale, ceci lorsque le traumatisme a entraîné la destruction d'éléments méristématiques destinés à donner les phases primitives de l'évolution vasculaire.

Le phénomène nouveau qui fait l'objet de la présente Note consiste dans la possibilité de constater les deux réactions, suppression de phases et accélération, sans que le traumatisme ait directement intéressé les éléments destinés à constituer l'appareil conducteur des convergents envisagés.

Ces résultats ont été acquis à la suite d'examen de racines de *Faba vulgaris* et de *Lupinus albus*, dont le sommet végétatif avait été piqué trans-

(1) *Bull. Soc. Bot. de France*, 69, 1922, p. 385.

versalement à l'aide d'une fine aiguille, piqûres relativement peu profondes, n'intéressant au maximum qu'un faible secteur du cylindre central. Dans la plupart des cas, les groupes vasculaires non directement atteints présentaient des phénomènes d'accélération évolutive.

C'est ainsi que, l'aiguille ayant pénétré dans le méristème correspondant aux premiers vaisseaux alternes d'un convergent, dans une racine à quatre convergents par exemple, nous retrouvons localement les destructions directes d'éléments et la différenciation de vaisseaux qui seraient apparus plus tard dans une évolution normale. Mais, sans que la lésion ait intéressé d'autres éléments, les deux convergents situés à droite et à gauche du premier sont plus avancés au point de vue évolutif que le quatrième. Ce dernier, diamétralement opposé au convergent atteint, n'a subi aucune influence; il présente la phase alterne complète et, de part et d'autre, un ou deux vaisseaux intermédiaires. Les xylèmes des deux convergents les plus proches du convergent lésé sont remarquables : 1° par la non différenciation de presque tous les vaisseaux de la phase alterne qui n'est représentée que par les derniers éléments centripètes; 2° par la présence, à droite pour l'un, à gauche pour l'autre, de vaisseaux intermédiaires et superposés primaires, précocement différenciés. Ce phénomène entraîne une dissymétrie des éléments du xylème, manifestement en relation avec le trouble : c'est vers la région traumatisée que, pour l'un et l'autre des convergents, sont apparus hâtivement des éléments superposés dont les homologues vers la région saine ne sont même pas en voie de différenciation.

Des faits analogues se produisent dans les xylèmes de deux convergents adjacents dont le phloème est atteint par une lésion. Il arrive souvent dans ce cas, que les vaisseaux superposés de droite de l'un rejoignent les vaisseaux superposés de gauche de l'autre, et qu'un arc de xylème superposé au phloème lésé se constitue prématurément. Cet arc de xylème superposé, formé hâtivement, se produit avec grande fréquence en face du phloème diamétralement opposé à un convergent détruit : il suffit que le traumatisme se soit fait sentir assez profondément dans la stèle. Quand la lésion est restée superficielle, n'atteignant que l'écorce par exemple, le convergent le plus proche est seul à présenter une accélération vasculaire notable ; à distance, l'accélération s'affirme donc d'autant plus que les éléments sont plus proches des tissus mortifiés.

En résumé, et sans qu'il nous soit actuellement possible d'émettre une hypothèse sur le mécanisme intime des phénomènes, le traumatisme peut

exercer à distance sur les tissus jeunes une double action : inhibitrice pour la différenciation des éléments destinés à former les premiers vaisseaux, accélératrice pour l'apparition des éléments des phases ultérieures, action tout à fait comparable à celle de l'accélération embryogénique normale de l'appareil conducteur.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Mise en évidence du gradient axial chez les Infusoires ciliés par photolyse à l'aide des rayons ultraviolets.* Note de M. **Jacques Monod**, présentée par M. M. Caullery.

Différentes méthodes ont permis à Child et à ses élèves de mettre en évidence, chez beaucoup d'organismes, une véritable polarité physiologique : c'est le « gradient physiologique » de Child, ce terme mathématique exprimant qu'il s'agit de différences d'intensité dans le métabolisme graduées suivant un axe. Pour Child, le « pôle dominant » de ce gradient est aussi le plus rapidement détruit par les agents chimiques capables de provoquer la cytolyse. De là, la méthode de « susceptibilité différentielle chimique », qu'il a le plus souvent employée. Beaucoup d'auteurs ont fait remarquer, cependant, que les différences de susceptibilité aux agents chimiques pourraient n'être que l'expression de différences de perméabilité de la surface externe de l'organisme. Il resterait à montrer que le gradient de perméabilité ainsi mis en évidence est lui-même le signe d'une différenciation physiologique plus profonde.

Dans plusieurs cas, pourtant, d'autres méthodes sont venues vérifier les résultats fournis par la susceptibilité chimique différentielle. Mais il est encore des groupes où seule la méthode de Child a pu être employée : c'est le cas des Infusoires (1). C'est pourquoi il nous a paru intéressant de vérifier les résultats de Child sur ces animaux par une autre méthode, où intervienne aussi la susceptibilité différentielle, mais d'où le facteur de perméabilité chimique soit éliminé. Nous nous sommes adressé, pour cela, à l'action cytolysante des rayons ultraviolets (2).

La source ultraviolette était un arc au mercure fonctionnant à 3 ampères

(1) Child (*J. Exp. Zool.*, 36, 1919, p. 133-147) a aussi employé une méthode de coloration au permanganate qui n'échappe pas à l'objection citée plus haut.

(2) Méthode déjà utilisée par Hinrichs (*J. Exp. Zool.*, 47, 1927, 309-347) sur *Fundulus*, *Arbacia*, et les embryons de poulets.

sous 120 volts. Les Infusoires étaient irradiés à travers une lame de quartz placée sur la platine d'un microscope dont le condensateur était retiré, et le miroir recouvert d'une feuille de papier d'étain, servant de surface réfléchissante. La durée de l'irradiation était de 15 à 45 minutes.

Nos expériences ont porté sur quatre genres d'Infusoires également employés par Child : *Paramaecium*, *Vorticella*, *Stentor*, *Spirostomum*. Disons tout de suite que les figures de cytolyse ainsi obtenues sont identiques à celles de Child :

a. Chez les Paramécies, le gradient axial n'est pas très net, comme Child l'a du reste signalé. On observe, comme avec les agents chimiques, la formation de grosses vésicules hyalines au niveau des vacuoles pulsatiles, surtout de la vacuole antérieure. La cytolyse totale intervient de 20 à 30 minutes après la formation des vésicules. Elle débute antérieurement et se propage presque instantanément jusqu'à l'autre pôle.

b. Les Vorticelles sont très résistantes à l'action des rayons ultraviolets, de même qu'aux poisons chimiques : on observe assez rapidement la formation de vésicules hyalines sur le péristome, ou encore un gonflement général de celui-ci. On ne saurait distinguer les figures obtenues de celles que produisent les poisons chimiques. Si l'intensité du rayonnement est suffisante, la cellule finit par se cytolyser entièrement, le processus commençant au pôle oral et allant très rapidement jusqu'à l'autre pôle.

c. Les Stentors sont moins résistants que les Vorticelles. Le gradient axial y est particulièrement net. Après quelques minutes d'irradiation, l'animal prend un aspect globuleux, le péristome est contracté. La désintégration commence au péristome et procède lentement jusqu'au pôle aboral. (Dans de rares cas, et Child l'a également vu, le pôle aboral se cytolyse avant que la vague de désintégration venant du péristome ne l'ait atteint). A relever cependant que les cils cessent de battre avant que la région dont ils dépendent ne soit cytolysée, alors que, d'après Child, ils ne s'arrêtent qu'au moment où la désintégration les atteint.

d. Enfin, chez Spirostomum, Child signale un double gradient : 1° un gradient antéro-postérieur principal; 2° un gradient inverse partant de l'extrémité postérieure, et moins accentué. L'action des rayons ultraviolets les décèle l'un et l'autre avec une particulière netteté. Il se forme d'abord une traînée de gouttelettes protoplasmiques aux deux extrémités. La cytolyse est plus rapide à l'extrémité antérieure, et progresse vers le pôle postérieur. Le protoplasme finit par se dissoudre entièrement, mais le macronucleus offre une résistance extraordinaire et peut demeurer intact

pendant des heures, sous forme d'un chapelet de grains hyalins enroulé sur lui-même.

On voit que ces résultats confirment entièrement ceux de Child. Signalons également un curieux phénomène, que Child a observé aussi avec des agents chimiques : c'est le renversement du sens de la marche de l'animal, qui intervient quelques minutes après le début de l'irradiation, bien avant l'apparition de toute cytolyse. D'une constance absolue, cette inversion se maintient jusqu'à l'arrêt du mouvement chez *Stentor* et *Spirostomum*. Chez les Paramécies, la marche est plus désordonnée, l'animal irradié paraît ataxique, et nage par à-coups, le plus souvent en arrière, parfois en avant.

En résumé, les rayons ultraviolets ont sur les Infusoires une action cytolytique différentielle, identique à celle des poisons chimiques. Cela montre bien que la susceptibilité différentielle n'est pas seulement en rapport avec des différences de perméabilité, mais exprime la polarité physiologique fondamentale de la cellule.

BIOLOGIE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques phénomènes quasi-périodiques dans les bassins fermés*. Note de M. **V. A. Kostitzin**, présentée par M. J. Hadamard.

Dans une Note précédente [1], j'étudie une application géologique de la méthode de M. Volterra. On pourrait étudier de la même façon la circulation d'un corps ou d'un groupe de corps chimiques.

Dans cet ordre d'idées, on peut trouver des matériaux abondants et des suggestions intéressantes dans l'Ouvrage de M. A. J. Lotka [2].

Dans la présente Note, je me propose de discuter le cas d'un bassin marin fermé communiquant avec d'autres bassins par des détroits conduisant l'eau de mer (avec les sels qui y sont dissous). Ce bassin étant peuplé d'organismes vivants, la décomposition des restes organiques produit une intoxication par l'acide sulfhydrique. Tel est le cas, par exemple, pour la mer Noire.

Soient x la quantité de soufre contenue dans cet acide sulfhydrique, et y celle contenue dans les êtres vivants. On peut traduire la circulation du

(1) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1219-1922.

(2) *Elements of physical biology*, Baltimore, Williams and Wilkins, 1925.

soufre dans le bassin par les équations différentielles suivantes :

$$(1) \qquad x' = -\alpha x + \beta y - axy,$$

$$(2) \qquad y' = \gamma y - \beta y + axy - bxy - cy^2 = y[(\gamma - \beta) - (b - a)x - cy],$$

en désignant par $(-\alpha x)$ le soufre absorbé par le métamorphisme des sédiments ou éliminé du bassin par d'autres voies; par (βy) l'apport du soufre résultant de la décomposition organique; par $(-axy)$ le soufre récupéré de l'acide sulfhydrique par les êtres vivants; par (γy) le soufre emprunté par les êtres vivants à d'autres sources; par $(-bxy)$ l'action toxique de l'acide sulfhydrique; par $(-cy^2)$ l'action de la concurrence entre les êtres vivants.

Je ne vais pas discuter à fond les équations (1) et (2). Un seul cas m'intéresse spécialement : c'est celui de $\gamma - \beta > 0$, $b - a > 0$. Dans ce cas, le point positif (p, q) d'intersection des courbes

$$-\alpha x + \beta y - axy = 0, \qquad (\gamma - \beta) - (b - a)x - cy = 0$$

est un nœud quand $\alpha > 4(\gamma - \beta)$; c'est un foyer quand $\alpha < 4(\gamma - \beta)$ et

$$(3) \qquad q < \frac{2\sqrt{\alpha^2 ac + \alpha(\gamma - \beta)(a - c)^2} - \alpha(a + c)}{(a - c)^2}.$$

Admettons que c'est ce dernier cas qui a lieu. On a bien un processus quasi-périodique tendant vers un état limite stationnaire. Supposons maintenant qu'une partie ou la totalité de la population du bassin s'adapte à la vie dans ce milieu intoxiqué. On peut imaginer par exemple l'apparition de mutations mieux adaptées et l'élimination par le jeu de la concurrence des autres variétés. Dans ce cas, le coefficient de l'action toxique b diminue rapidement et par suite les coordonnées (p, q) de l'état stationnaire augmentent. On a donc un déplacement plus ou moins rapide de l'état de l'équilibre. Si le nouvel état d'équilibre vérifie aussi la condition (3), on aura de nouveau un processus quasi-périodique, etc. On aura comme résultat de cette quasi-périodicité intermittente, des séries de sédiments hétérogènes séparées par des couches plus ou moins homogènes.

On pourrait étudier de la même façon un cas plus compliqué en tenant compte du fait qu'une partie seulement des êtres vivants emprunte le soufre directement au milieu extérieur.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur les corrélations entre l'évolution des poids des nourrissons, et les propriétés électriques manifestées à leur niveau.* Note de **M. F. Vlès**, transmise par M. d'Arsonval.

Dans les expériences précédemment rapportées [1] sur les différences de croissance des nourrissons en fonction de leur connexion au sol ou de leur isolement par rapport à celui-ci, on a cherché à connaître les différences de potentiel réalisées entre les enfants et le sol ou, pour les enfants isolés, entre ceux-ci et le galon métallique entourant leur cheville. Les forces électromotrices des chaînes (mesurées au potentiomètre, l'un des contacts étant une électrode au calomel sur la peau) se sont montrées positives, de quelques centaines de millivolts; mais elles ont présenté en outre des variations journalières inattendues, d'apparence plus ou moins systématique, parallèles d'un enfant à l'autre, et pouvant aller jusqu'à l'inversion de signe; on a donc cru devoir les analyser de plus près. Les deux groupes isolés ou au sol ne paraissaient d'ailleurs pas, en première approximation, présenter de différences nettes à ce point de vue.

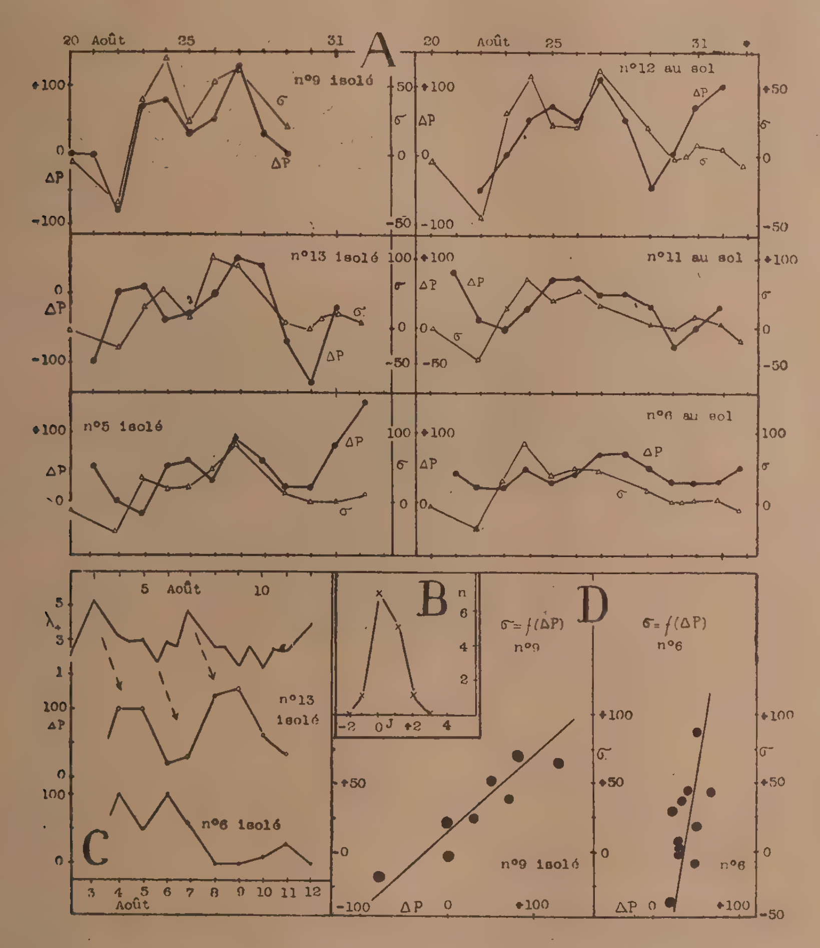
L'analyse du phénomène a été faite par une comparaison entre la dérivée ΔP des poids des enfants (différences de poids prises de deux en deux jours), la courbe de déperdition (conductances atmosphériques λ relatives obtenues à l'ionomètre) et la courbe des forces électromotrices E mesurées sur les chaînes.

I. Les courbes ΔP ont présenté, comme d'ordinaire, des oscillations séparées par quelques jours sans périodicité régulière, indiquant que la croissance de poids se fait par poussées; pour un certain nombre d'enfants, ces courbes de poussée ont présenté une ressemblance grossière avec les courbes de déperdition, en ce sens que la dérivée ΔP avait souvent une forte valeur peu après un maximum de conductance (*fig.* C), ceci tout au moins en période de forte déperdition; l'intervalle des maxima des deux systèmes présentait au polygone de fréquences, une forte prédominance pour 1 jour. Par contre, principalement en période de faible déperdition, diverses autres courbes de ΔP n'ont plus présenté de parallélisme avec λ, et des maxima de variation de poids n'ont suivi aucune ascension de la conductance; la relation qui était presque directe dans certaines circonstances est donc devenue tout à fait confuse dans d'autres.

---

(1) F. Vlès, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 62.

II. Dans une comparaison des courbes des poids et de celles des forces électromotrices, l'accord a gagné en netteté, en ce que les maxima des



A. Graphiques superposés des dérivées de poids ΔP et des coefficients de circulation efficace σ (en unités relatives arbitraires) pour les six enfants simultanément en expérience, du 20 août au 2 septembre. — B. Polygone de fréquences des jours de retard J des maxima de ΔP sur les maxima de σ. — C. Comparaison d'une courbe de déperdition, λ_+ ($\times$ 0,75) du 2 au 12 août 1932, avec deux graphiques de ΔP, l'un cadrant avec un retard (n° 13), l'autre ne cadrant pas (n° 6). — D. Répartition en zones linéaires des points $\sigma = f(\Delta P)$, pour deux enfants (n°s 9 isolé et 6 au sol).

forces électromotrices ont été le plus souvent, surtout dans les systèmes isolés, sensiblement en accord avec les maxima des courbes d'accroissement

de poids (avec un retard, établi au polygone de fréquences, de 0-1 jour). Cependant un graphique $E = f(\Delta P)$, s'il a montré, avec chaque enfant indépendamment, une légère croissance de E pour les fortes valeurs de ΔP, a cependant offert en outre des points discordants qui dépassaient la zone des erreurs estimées.

III. En combinant les deux variables précédentes dans le *coefficient de circulation efficace* qui avait servi pour l'étude des plantes, des cancers, etc., mis sous la forme $\sigma = E(1/\lambda - 1/\lambda_0)$, *on a obtenu des courbes dont le parallélisme avec la courbe des dérivées de poids était beaucoup plus approché* (*fig.* A); le décalage entre les maxima de σ et de ΔP, au polygone de fréquences, étant de 0 à 1 jour (*fig.* B).

En réalisant, d'autre part, pour chacun des enfants, le graphique de $\sigma = f(\Delta P)$, on a eu, dans plusieurs des cas, *des points représentatifs alignés en une zone rectiligne serrée* (*fig.* D); on reviendrait donc ici en première approximation, comme pour les plantes, à une fonction du type $\Delta P = A\sigma + B$, où les constantes A et B dépendraient de l'individu et des conditions extérieures générales ou particulières (alimentation, mise au sol, etc.). Cette liaison entre les poussées de poids des nourrissons et les facteurs électriques pose toute une série de problèmes sur les diverses relations partielles que rendent probables les données précédentes, entre λ, E et ΔP; il ne faut pas perdre de vue d'autre part qu'un facteur commun (variations du gradient du potentiel atmosphérique) pourrait toucher séparément plusieurs de ces variables.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Identification et oxydation biochimique de l'α-glucoheptulite.* Note de Mme **Y. Khouvine** et M. **G. Nitzberg**, présentée par M. G. Bertrand.

Par la réduction de l'α-glucoheptulose, G. Bertrand et G. Nitzberg [1] ont obtenu l'α-glucoheptite et, au lieu de la β-glucoheptite que laisse prévoir la théorie, un nouvel alcool, l'α-glucoheptulite dont la constitution n'a pu être encore complètement élucidée.

Nous avons préparé à nouveau ces alcools et nous pouvons confirmer l'individualité chimique de l'α-glucoheptulite.

---

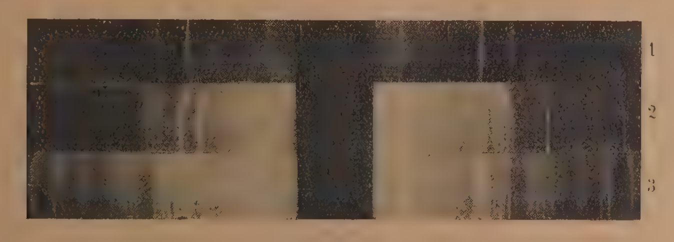
(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1172 et 1773; *Bull. Soc. chim.*, **43**, 1928, p. 663 et 1019.

Le point de fusion précédemment donné 144° au bloc Maquenne a été retrouvé.

L'épuisement fractionné par l'alcool à 80° à la température de 19° a montré que pour chaque fraction la solubilité est constante, égale à 1,38 pour 100 et que le point de fusion ne varie pas.

De plus l'étude des diagrammes de rayons X [1] nous confirme que l'α-glucoheptulite n'est pas un mélange contenant de l'α-glucoheptite où de la β-glucoheptite.

Les photographies données ci-dessous le prouvent, ainsi que la valeur des angles 4θ correspondant à la distance de deux raies symétriques.



1, α-glucoheptite; 2, α-glucoheptulite; 3, β-glucoheptite.

Valeurs des angles 4θ calculés pour les raies les plus intenses.

α-glucoheptite.	α-glucoheptulite.	β-glucoheptite.	α-glucoheptite.	α-glucoheptulite.	β-glucoheptite.
18°,6	18°,2	18°,9	51°,6	–	50°,5
19,6		–			52,1
–	21,2	–	53,4	–	53,4
	32	36	–	55,5	55,7
	37	37,1	–	60,2	–
	–	37,5	–	62	62,9
38,6	–	–		63,5	–
39,9		39,6	65,6		
	–	41,1	67,9	67,2	68
	42,7	42,5	–	70,2	70
		43,6	74,6	–	–
	44,1	44,9	–	74,7	–
	45,5		76		75,5
46,5	–		77,2		
48			78,5	–	
–	–	49,5		86,8	

[1] Les diagrammes de rayons X sont dus à M. G. Champetier.

A part la première raie de forte intensité commune aux trois diagrammes, et que l'on peut considérer comme une raie donnée par une périodicité semblable, les autres raies diffèrent par leur position, leur groupement ou leur intensité.

L'individualité chimique de l'α-glucoheptulite nous paraît donc bien établie.

Nous avons essayé de préciser sa formule.

D'après la constitution actuellement admise pour l'α-glucoheptulose, on pourrait attribuer à l'α-glucoheptulite, malgré les divergences que nous venons de rappeler, la formule de la β-glucoheptite

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & OH & & OH & & H & & OH & & H & & \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ CH^2OH & - & C & - & C & - & C & - & C & - & C & - & CH^2OH. \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ & & H & & H & & OH & & H & & OH & & \end{array}$$

Cet alcool oxydé par la bactérie du sorbose ou *Acetobacter xylinum* donnerait alors normalement un sucre cétonique le β-glucoheptulose dont la formation permettrait de lever l'incertitude existant sur la constitution de l'α-glucoheptulite. Nous avons fait des cultures sur l'α-glucoheptulite dans l'eau de levure. La bactérie du sorbose oxyde l'alcool et, au bout d'un mois et demi, la proportion de sucre réducteur atteint environ 80 pour 100 en solution. Après défécation au sous-acétate de plomb, on obtient un produit cristallin fondant à 152°. Par recristallisations successives dans l'alcool, on isole un composé de point de fusion 173°, de pouvoir réducteur égal aux 86 pour 100 de celui du glucose et de pouvoir rotatoire spécifique $\alpha_D^{16°} = -63°$. On est donc, contrairement à la prévision formulée plus haut, en présence d'α-glucoheptulose. La comparaison des diagrammes de rayons X confirme l'identité de ce corps. Ajoutons que nous avons pu retrouver, dans les eaux-mères, de l'α-glucoheptulite fondant à 144°.

L'oxydation biochimique à elle seule s'est montrée, ici, insuffisante pour attribuer une formule à l'α-glucoheptulite; mais elle nous permet de dire, en concordance avec les données physico-chimiques que nous signalons, que la formule de la β-glucoheptite généralement admise ne convient pas à l'α-glucoheptulite.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de l'extrait pancréatique sur le glycocolle en milieu glycériné.* Note [1] de M. **R. Wolff** et M[lle] **Lafrançaise**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans un travail paru en 1913, Maillard [2] a montré que les acides aminés tels que le glycocolle et l'alanine s'anhydrisent facilement en solution glycérinée lorsqu'on porte le mélange, pendant plusieurs heures, à 175°. Les produits de cette réaction sont des diacipipérazines, résultant d'une condensation peptidique de deux molécules d'acides aminés avec formation d'un noyau cyclique. Maillard a tenté d'expliquer le mécanisme de cette réaction en rappelant que certains acides aminés peuvent se cycliser spontanément lorsque leur fonction COOH est éthérifiée, et il a admis, que dans les conditions où il s'est placé, le glycocolle est d'abord éthérifié par la glycérine pour devenir apte à se cycliser. Le milieu glycériné, fortement hygroscopique, catalyserait par ailleurs cette éthérification.

S'il en est ainsi, on peut envisager la possibilité de réaliser une telle synthèse par voie biochimique, au moyen de la lipase. En effet, dans un milieu dépourvu d'eau, la lipase est capable d'effectuer la synthèse des éthers-sels des acides gras à partir de leurs constituants, alors qu'en solution aqueuse, elle hydrolyse ces éthers-sels. Il reste donc à savoir si le pouvoir de synthèse s'étend aux acides aminés, les éthers-sels de ces derniers étant également hydrolysés en solution aqueuse par ce ferment, ainsi que l'ont montré Rona et Speidel [3].

D'autre part, il était intéressant de rechercher si l'on observait une éthérification plus intense en présence d'un alcool différent de la glycérine, par exemple l'alcool éthylique. On sait, en effet, que ce dernier éthérifie le glycocolle plus facilement que la glycérine, et que l'éther-sel formé se cyclise rapidement.

Nous avons donc recherché si, dans des solutions glycérinées de glycocolle, en présence ou en l'absence d'alcool, un extrait de pancréas riche en lipase produisait une diminution du nombre des groupes COOH du glycocolle.

---

(1) Séance du 9 janvier 1933.

(2) *Genèse des matières protéiques et des matières humiques*, Paris, Masson.

(3) Rona et Speidel, *Biochem. Zeitschrift*, 149, 1924, p. 385.

Les mélanges, qui furent répartis par pesée dans des fioles d'Erlenmeyer, contenaient par essai une proportion de 4^g d'extrait glycériné de pancréas de porc (préparé à partir de glandes fraîches) présentant une valeur lipasique 60-65 (en unités Willstätter) et de 2^g d'une solution glycérinée de glycocolle à 3 pour 100. La teneur en eau du mélange était de 13 pour 100, celle en alcool éthylique de 6 pour 100. Les fioles furent placées à l'étuve à 37°. Les variations ont été suivies par la méthode de Willstätter et Kuhn [1] qui mesure la diminution du nombre des groupes COOH tant sous forme d'éther-sel que sous forme peptidique. Des analyses ont été faites parallèlement sur des solutions témoins d'extrait glycériné de pancréas, et elles ont montré qu'il se produit une augmentation légère mais progressive des groupes COOH ; il en a été tenu compte dans les calculs.

Le tableau suivant donne le pourcentage du nombre des groupements COOH disparus au cours de la réaction.

	Sans alcool.			Avec alcool.			
Jours.	pH 7.	pH 5.	pH 7.	pH 7.	pH 5.	pH 7.	pH 9.
2	0,9	–	–	0,4	–	–	–
3	–	4,4	–	12	1,3	–	–
4	5,5	3,8	–	7,5	–	–	0,4
7	5,2	1,9	–	6,8	3,8	–	6,7
11	–	0,6	–	8,5	8,4	–	–
12	7,3	0,6	–	–	6,7	–	–
18	5,0	–	–	5,5	–	–	–
19	–	–	–	12,8	–	–	–
27	5,0	–	–	24,6	–	–	13,7
37	–	–	16,0	–	–	8,0	–
41	–	6,8	–	–	21,9	–	31,0
117	–	–	6,5	–	–	28,0	–

On constate qu'en milieu glycériné le nombre de groupes COOH diminue légèrement, mais cependant assez irrégulièrement. Dans un travail récent, A. Blanchetière [2] a montré qu'en solution aqueuse, la pepsine et la trypsine amènent une diminution des groupes NH^2 dans des solutions aqueuses d'acides aminés. Mais, dans ces conditions, la présence de glycérine à un taux de 10 pour 100 suffit à arrêter toute synthèse. Il s'agit donc de réactions essentiellement différentes de celles que nous décrivons.

(1) Willstätter et Waldschmitt-Leitz, *Berichte*, 54, 1921, p. 2988.
(2) A. Blanchetière, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 266 et 549.

Dans la deuxième partie de nos recherches, en présence d'alcool éthylique, la diminution est beaucoup plus importante, de 20 à 30 pour 100, suivant le pH. Ces derniers résultats viennent renforcer l'hypothèse d'une synthèse biochimique des éthers-sels des acides aminés par la lipase pancréatique.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la durée de l'immunité après la vaccination contre la fièvre aphteuse.* Note de M. **J. Lignières**, présentée par M. E. Leclainche.

On sait que la vaccination contre la fièvre aphteuse, avec ma nouvelle méthode, ne provoque pas la formation d'aphtes ni même, le plus souvent, de réaction apparente. Dans ces conditions, on était en droit de se demander si l'immunité conférée par cette vaccination avait quelque durée.

Le mieux aurait été d'expérimenter sur toutes les espèces animales sensibles, et surtout sur les bovidés; mais les grands animaux domestiques sont d'un prix élevé et leur entretien est coûteux. Pour des raisons d'économie, je me suis donc servi de gros cobayes, de 800 à 850^g en moyenne, très sensibles au virus aphteux. Si l'on ne peut reporter intégralement sur le bœuf, le porc ou le mouton les résultats acquis chez le cobaye, il est cependant évident que la durée de l'immunité chez ce dernier peut éclairer la question pour les grands animaux domestiques. D'ailleurs, les quelques rares expériences faites avec des bovidés et des porcs m'ont montré que ceux-ci ont été immunisés pour plusieurs mois.

Je ne m'occuperai aujourd'hui que des cobayes. Tous ont reçu trois vaccins, à dix jours d'intervalle; je rappelle que les deux premiers vaccins consistent à injecter 1/8e de centimètre cube de sérum antiaphteux dans le derme du dos et, au même point, 1/8e de centimètre cube de sérum sous la peau, au total 1/4 de centimètre cube; quatre à cinq centimètres plus loin, on injecte dans le derme 1/20e de centimètre cube d'une dilution de virus vaccin en eau glycérinée PH : 7,6. Pour le troisième vaccin, on inocule dans le derme du dos, 1/20e de centimètre cube de virus vaccin seul, sans sérum [1].

Vingt-quatre cobayes, répartis en quatre lots A, B, C, D, ont été vaccinés par ma méthode, en employant le même sérum antiaphteux, mais en variant comme suit la nature du virus vaccin :

---

[1] Pour quelques sujets, la dose a été élevée à 1/10e de centimètre cube.

Lot A : Un seul virus d'origine anglaise (type O).

Lot B : Mélange de deux virus, n° 1 (type A) et n° 2 (type O).

Lot C : Mélange de deux virus, Florida (type A) et Anglais (type O).

Lot D : Mélange de quatre virus, Florida (type A), Mélange A (type A), Montevidéo (type O), Anglais (type O).

Pendant le cours de la vaccination, un seul cobaye sur les vingt-quatre en expérience, le n° 97, a présenté, trois jours après la deuxième inoculation, une généralisation aux quatre pattes, qui s'est montrée assez discrète, comme c'est la règle. Le sujet a guéri rapidement sans paraître souffrir de cet accident.

Pour vérifier la durée de l'immunité sur les vingt-trois cobayes restants, ceux-ci ont été inoculés à des époques différentes, à la face plantaire, avec des virus correspondant à ceux employés pour leur vaccination. Voici quelques exemples :

Dans le lot B, les cobayes nos 99 et 100 sont vaccinés le 12 décembre 1931.

Le n° 100 est inoculé à la face plantaire, le 12 février 1932, avec le mélange des virus O et A. Par la suite, il fait une lésion locale qui couvre la moitié de la surface plantaire et qui est complètement brune le 17 février. Cet aspect de la lésion marque son arrêt et le début de sa régression. Pas de généralisation.

Le 10 mars 1932, le n° 99 est éprouvé comme le précédent; il fait une lésion locale plus bénigne que le n° 100; elle est brune dès le 13 mars et guérit rapidement. Pas de généralisation.

Tous les témoins non vaccinés ont eu une forte généralisation.

Dans le lot D, vacciné le 21 décembre 1931, les cobayes nos 81 et 82 sont inoculés, toujours à la face plantaire, le 20 août 1932, avec le mélange de quatre virus. Ils font une assez forte lésion locale qui brunit et s'arrête entre le quatrième et le cinquième jour. Il n'y a pas eu de généralisation.

Le 21 septembre 1932, j'inocule à la face plantaire le même mélange des quatre virus aux cobayes nos 77 et 78, qui, après avoir fait une assez forte lésion locale qui brunit le sixième jour, cicatrise rapidement. Rien aux autres pattes.

Tous les témoins non vaccinés ont fait une forte généralisation.

Nous avons pu vérifier ainsi que, tandis que les témoins faisaient une forte généralisation, les vaccinés présentaient une lésion locale au point d'inoculation de la face plantaire, lésion plus ou moins importante, souvent minime, brunissant et avortant en général du troisième au sixième jour et sans constater jamais trace de généralisation. Nous n'avons pas été, dans cette expérience, jusqu'à la limite de la durée de l'immunité, mais nos sujets ont encore manifesté cette immunité neuf mois après la vaccination.

La séance est levée à 15^h45^m.

A. Lx.